



UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
VICERRECTORADO ACADEMICO
SUBPROGRAMA DE DISEÑO ACADÉMICO
AREA DE EDUCACIÓN
CARRERA DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INTEGRAL

PLAN DE CURSO

I. Identificación

Nombre	Geometría		
Código	420		
U.C:	3		
Carrera	Licenciatura en Educación Integral (Plan de estudios Actualizado y Vigente)		
Código:	440		
Semestre	IV	Cód	05
Prelaciones:	Matemática II (cód 414)		
Requisito:	Ninguno		
Autor:	Prof. Florymar Robles Alvarez		
Diseñador académico:	Prof. Noreth Calzadilla R.		
Evaluadora:	Prof. Isaliv Matheus Spíndola		

Nivel Central
Caracas, Junio 2008

II. FUNDAMENTACIÓN

La asignatura Geometría (cód. 420) se encuentra situada en el cuarto semestre del Plan de Estudios Actualizado y Vigente de la Carrera de Licenciatura en Educación Integral (cód 440). Es de carácter obligatorio, tiene como prelación haber aprobado la asignatura Matemática II (cód. 414). Contribuye de una manera precisa en la formación del egresado(a) como Licenciado(a) en Educación Integral, al brindarle estrategias de acción que orientan al desarrollo de habilidades y destrezas propias del pensamiento lógico-matemático-espacial. También, provee al futuro docente de las herramientas conceptuales, operacionales, metodológicas y técnicas que le van a permitir un mejor desempeño en su rol de facilitador del proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos geométricos y espaciales, para enlazarlos así al contexto social y humano.

Tiene un enfoque teórico – práctico, que viene dado por las características de los contenidos seleccionados y la naturaleza formativa y sumativa de las actividades escogidas para la evaluación. Dichas actividades están diseñadas para que el docente en formación aplique los contenidos conceptuales y teóricos, a través de ejercicios y problemas que estén asociados; a la realidad social y escolar a la que cada uno se enfrentará en su futuro desempeño docente.

Se espera que el estudiante, futuro maestro integrador, corrobore y afiance conocimientos geométricos y espaciales que han adquirido a través de sus propias experiencias de construcción, visualización, dibujo y medición de figuras y cuerpos geométricos. Así como también, el desarrollo de su pensamiento lógico-matemático-espacial; con la finalidad de alcanzar una preparación sólida que le permita facilitar el proceso de enseñanza–aprendizaje en sus futuros estudiantes de Educación Básica (Primera y Segunda etapa). Esto hará que el aprendizaje sea visto como una construcción del conocimiento, y se observe la vinculación que existe entre problemas matemáticos planteados en el aula con situaciones sociales y escolares que se puedan proyectar y darle soluciones, alcanzando un aprendizaje significativo.

El contenido de esta asignatura se ha estructurado en cuatro (4) unidades descritas a continuación:

Unidad I: Fundamentos de la Geometría

- Elementos del lenguaje, definiciones, axioma, postulado, teoremas, recíproco, inverso, contrarrecíproco.
- Punto, recta y plano
- Semirrectas, semiplano, segmento, longitud de un segmento, congruencia de segmentos. Posición de dos rectas en el plano
- Ángulo. Medida y congruencia de los ángulos. Clasificación de los ángulos. Pares de ángulos.

Unidad II: Figuras Geométricas

- Definición de triángulos. Clasificación de triángulos. Propiedades del triángulo. Congruencia y semejanza de triángulos. Perímetro y área del triángulo.
- Polígonos. Propiedades de los polígonos. Clasificación de los polígonos Perímetro y área de polígonos.
- Circunferencia y círculo. Propiedades de la circunferencia y círculo. Perímetro y área de la circunferencia y círculo.

Unidad III: Cuerpos Geométricos

- Definición de poliedros. Pirámides. Prismas. Representación de poliedros. Sus áreas y Volúmenes.
- Tetraedro regular. Representación del tetraedro regular conociendo su arista y el plano de una cara. Sus áreas y Volúmenes.
- Cubo. Representación del prisma. Prisma recto de base situado en un plano cualquiera. Sus áreas y Volúmenes.
- Definición y representación del cono, cilindro y la esfera. Sus áreas y Volúmenes.

Unidad IV: Estrategias didácticas para la enseñanza de la geometría

- Nociones sobre el desarrollo cognitivo y progresión en el aprendizaje.
- Situaciones y recursos didácticos.
- Situaciones escolares.

El material instruccional que utilizará el estudiante para el logro de los objetivos de ésta asignatura esta compuesto por:

1. Plan de Curso
2. Lectura, Geometría y su didáctica para maestros, anexa a este documento (que también puedes consultar en la dirección electrónica:
<http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>)
3. Tres (3) textos:
 - Ohmer, M. (1993). Geometría elemental para maestros. Editorial Trillas. México.
 - Universidad Nacional Abierta. (1996) Geometría. Lecturas. Venezuela: Autor.
 - Universidad Nacional Abierta. (1996) Geometría. Guía Instruccional. Venezuela: Autor.

III. PLAN DE EVALUACION

ASIGNATURA: GEOMETRÍA CÓD: 420 CRÉDITOS: 03 LAPSO ACADÉMICO: 2008 - 2 Semestre: IV CÓD: 05 CARRERA: Licenciatura en Educación Integral (Plan de Estudio Vigente y Actualizado) Responsable: Prof. Florymar Robles Alvarez Evaluadora: Prof. Isaliv Matheus Spíndola Horario de atención: 8:30 am. a 12:30 pm / 2:00 pm a 4:30 pm. Teléfono: (0212) 555-22-69 / 555-22-68 Correo electrónico: frobles@una.edu.ve / isalivmatheus@gmail.com		MODALIDAD 1era integral prueba objetiva	OBJETIVO 1 al 8	CONTENIDO U: 1, 2, 3, 4
		2 da integral prueba objetiva	1 al 8	U: 1, 2, 3, 4
U	O	OBJETIVOS		
1	1	Aplicar los elementos del lenguaje, definiciones, axioma, postulado, teoremas, recíproco, inverso y contrarrecíproco de la geometría básica en la resolución de ejercicios y problemas de la vida cotidiana.		
1	2	Aplicar las definiciones y teorías referidas a punto, recta, plano, ángulo, medida y congruencia de segmentos y ángulos, posición de dos rectas en el plano en la resolución de ejercicios y problemas de la cotidianidad.		
2	3	Aplicar las definiciones y teoremas referidos a todas las figuras geométricas en la resolución de ejercicios y problemas que se presentan en situaciones de la cotidianidad.		
2	4	Aplicar los teoremas de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de ejercicios y/o problemas.		
3	5	Aplicar las definiciones, teoremas y corolarios referidos a todos los cuerpos geométricos en la resolución de ejercicios y/o problemas que se pueden aplicar a situaciones de la vida diaria.		
2 y 3	6	Calcular el perímetro y el área de las figuras geométricas y el volumen de los cuerpos geométricos en problemas de la cotidianidad.		
4	7	Analizar la adecuación y pertinencia de las estrategias didácticas para la enseñanza de los contenidos vistos en geometría en la primera y segunda etapas de la Educación Básica.		

Criterio de dominio académico: 60% de aprobación (Art. 15 del Reglamento de Evaluación del Rendimiento Estudiantil)

ORIENTACIONES GENERALES

- Antes de comenzar a estudiar los contenidos de esta asignatura realiza una lectura exhaustiva de este documento llamado Plan de Curso. Aquí conseguirás toda la información requerida para lograr con éxito las competencias propuestas. En el desarrollo de ésta ten presente las estrategias instruccionales y de evaluación descritas, al final de estas orientaciones, así como la creación y realización de ejercicios y/o problemas que puedas realizar de acuerdo al objetivo de estudio.
- Revisa la fecha de presentación de las dos (2) pruebas integrales.
- Planifica y organiza el tiempo para que estudies cada contenido de los objetivos de esta asignatura.
- Organiza un grupo de estudio, si te es posible, con el fin de que propicies una reflexión colectiva de lo estudiado en cada objetivo y así, obtendrás un aprendizaje colaborativo y global de la asignatura.
- Mientras lees, ten siempre presente la intencionalidad del objetivo en estudio.
- Si necesitas ayuda, acude al Asesor de tu respectivo Centro Local o comunícate con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve
- Debes darle una suma importancia al lenguaje, simbología y notación de la asignatura. Incluso como recurso de comunicación en tu día a día.

IV. DISEÑO DE LA INSTRUCCIÓN DEL CURSO

Objetivo general:

Aplicar, de manera efectiva, los conceptos básicos asociados con la geometría, el concepto de medida y su aplicación en la resolución de problemas geométricos.

Objetivo	Contenido
1. Aplicar los elementos del lenguaje, definiciones, axioma, postulado, teoremas, recíproco, inverso y contrarrecíproco de la geometría básica en la resolución de ejercicios y problemas de la vida cotidiana	Unidad I: Fundamentos de la Geometría <ul style="list-style-type: none"> • Elementos del lenguaje, definiciones, axioma, postulado, teoremas, recíproco, inverso, contrarrecíproco.
2. Aplicar las definiciones y teorías referidas a punto, recta, plano, ángulo, medida y congruencia de segmentos y ángulos, posición de dos rectas en el plano en la resolución de ejercicios y problemas de la cotidianidad.	Unidad I: Fundamentos de la Geometría <ul style="list-style-type: none"> • Punto, recta y plano • Semirrectas, semiplano, segmento, longitud de un segmento, congruencia de segmentos. Posición de dos rectas en el plano • Ángulo. Medida y congruencia de los ángulos. Clasificación de los ángulos. Pares de ángulos.
3. Aplicar las definiciones y teoremas referidos a las figuras geométricas en la resolución de ejercicios y problemas que se presentan en situaciones de la cotidianidad.	Unidad II: Figuras Geométricas <ul style="list-style-type: none"> • Polígonos. Propiedades de los polígonos. Clasificación de los polígonos. Perímetro y área de polígonos. • Circunferencia y círculo. Propiedades de la circunferencia y círculo. Perímetro y área de la circunferencia y círculo. • Definición de triángulos. Clasificación de triángulos. Propiedades del triángulo.
4. Aplicar los teoremas de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de ejercicios y/o problemas	Unidad II: Figuras Geométricas <ul style="list-style-type: none"> • Definición de triángulos. Clasificación de triángulos. Propiedades del triángulo. • Congruencia y semejanza de triángulos.

Objetivo	Contenido
<p>5. Aplicar las definiciones, teoremas y corolarios referidos a los cuerpos geométricos en la resolución de ejercicios y/o problemas que se pueden aplicar a situaciones de la vida diaria.</p>	<p>Unidad III: Cuerpos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de poliedros. Pirámides. Prismas. Representación de poliedros. • Tetraedro regular. Representación del tetraedro regular conociendo su arista y el plano de una cara. • Cubo. Representación del prisma. Prisma recto de base situado en un plano cualquiera. Representación de la pirámide. Sección plana de la pirámide. • Definición y representación del cono. • Definición y representación del cilindro. • Definición y representación de la esfera.
<p>6. Calcular el perímetro y el área de las figuras geométricas y el volumen de los cuerpos geométricos en problemas aplicados a la cotidianidad.</p>	<p>Unidad II: Figuras Geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Polígonos. Clasificación de los polígonos. Perímetro y área de polígonos. • Circunferencia y círculo. Perímetro y área de la circunferencia y círculo. • Perímetro y área del triángulo. <p>Unidad III: Cuerpos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Área y Volumen de estos cuerpos geométricos
<p>7. Analizar la adecuación y pertinencia de las estrategias didácticas para la enseñanza de los contenidos vistos en geometría en la primera y segunda etapas de la Educación Básica.</p>	<p>Unidad IV: Estrategias didácticas para la enseñanza de la geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nociones sobre el desarrollo cognitivo y progresión en el aprendizaje. • Situaciones y recursos didácticos. • Situaciones escolares.

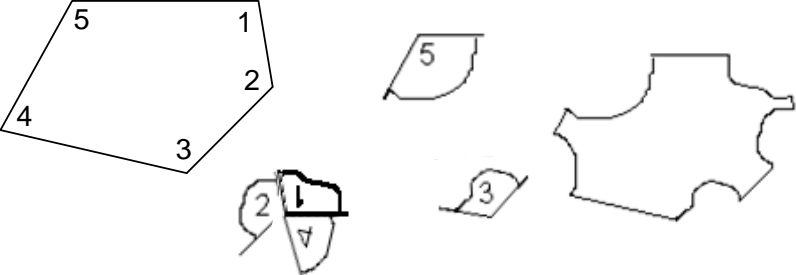
OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
<p>1</p> <p>Aplicar los elementos del lenguaje, definiciones, axioma, postulado, teoremas, recíproco, inverso y contrarrecíproco de la geometría básica en la resolución de ejercicios y problemas de la vida cotidiana</p>	<p>A través del tiempo se ha percibido el rechazo que han tenido los estudiantes hacia la geometría. La gran preocupación que han tenido los docentes de la Primera y Segunda Etapa de Educación Básica en integrar los conceptos y nociones de la geometría a las distintas áreas del saber. Por ello el futuro Licenciado en Educación Integral, debe desplegar esas bondades que otorgan los conocimientos matemáticos y romper así con estos paradigmas y esquemas que han existido a lo largo de la educación en Venezuela.</p> <p>Por lo descrito anteriormente, este objetivo pretende ayudar a integrar los conocimientos adquiridos a situaciones que se puedan presentar en el entorno cotidiano, en un momento determinado.</p> <p>Allí radica la importancia de promover el cuestionamiento de ideas para ratificar o refutar el planteamiento formulado, encontrando perspectivas con un sentido global de la realidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos: <p>Unidad I: Fundamentos de la Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Elementos del lenguaje, definiciones, axioma, postulado, teoremas, recíproco, inverso, contrarrecíproco. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento. ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin de buscar respuestas a dichos cuestionamientos. ➤ Enlace los planteamientos realizados en las discusiones de grupo con los contenidos estudiados. ➤ Plantee un listado de ejercicios y problemas para así resolverlos y discutirlos en el grupo de estudio como por ejemplo: El Inverso de “Si 	<p>Formativa:</p> <p>Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocer el lenguaje utilizado en la geometría básica en ejercicios y problemas de la vida cotidiana. ➤ Establecer diferencias entre definiciones, axiomas, postulados y teoremas. ➤ Identificar el recíproco, inverso y contrarrecíproco de distintos enunciados que se presentan en la cotidianidad. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas del contenido estudiado. ➤ Enlazar el contenido estudiado con

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	<p>Rebeca elabora un plan de curso entonces modifica el plan de evaluación” es: Si Rebeca no elabora un plan de curso, entonces no modifica el plan de evaluación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Plantee situaciones de enseñanza de los contenidos abordados, a través de preguntas tale como: ¿Cómo podría enseñarle a mis estudiantes la diferencia entre un enunciado y un postulado? ¿Qué estrategia sería la más acorde? ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>planteamientos formulados de su entorno.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas relacionados con el contenido estudiado y con situaciones planteadas de la vida cotidiana. ➤ Solucionar los planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido. <p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítems de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
<p>2</p> <p>Aplicar las definiciones y teorías referidas a punto, recta, plano, ángulo, medida y congruencia de segmentos y ángulos, posición de dos rectas en el plano en la resolución de ejercicios y problemas de la cotidianidad.</p>	<p>La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. Estos términos y expresiones son considerados como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Hay que tomar en cuenta que la naturaleza de los elementos geométricos es esencialmente distinta a los objetos perceptibles, como una mesa o un árbol. Un punto, una línea, un plano, un círculo, etc., no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc. Más sin embargo están presentes en objetos o elementos que nos rodea constantemente, además de nuestro propio lenguaje coloquial o cotidiano. Un ejemplo de ello es cuando se va a terminar una frase u oración utilizamos el punto para determinar que hasta allí es la idea que se va a difundir, otro ejemplo se puede observar cuando expresamos “Es la medida perfecta” “Estoy en la recta final” entre otras.</p> <p>Es por ello que con este objetivo se quiere lograr que el estudiante UNA aplique las definiciones y teorías de la geometría a ejercicios y problemas que se vean reflejados en el entorno en que se desenvuelven.</p> <p>Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos:</p> <p>Unidad I: Fundamentos de la Geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Punto, recta y plano ○ Semirrectas, semiplano, segmento, longitud de un segmento, congruencia de segmentos. Posición de dos rectas en el plano ○ Ángulo. Medida y congruencia de los ángulos. Clasificación de los ángulos. Pares de ángulos. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento. ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin 	<p>Formativa:</p> <p>Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocer las distintas definiciones y teorías referidas a punto, recta, plano, ángulo en la resolución de ejercicios y problemas de la cotidianidad. ➤ Reconocer la definición de medida y congruencia de segmentos y ángulos en ejercicios y problemas de la cotidianidad. ➤ Identificar geométrica y analíticamente la posición de dos rectas en el plano. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	<p>de buscar respuestas a dichos cuestionamientos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Enlace los planteamientos realizados en las discusiones de grupo con los contenidos estudiados. ➤ Plantee un listado de ejercicios y problemas para así resolverlos y discutirlos en el grupo de estudio como por ejemplo: <i>En el siguiente cuadro hemos escrito las letras A, B, P, Q a la derecha de una diminuta marca redondeada. Se puede decir que dichas marcas son personas que están paradas en una acera para cruzar la calle, además estas personas vistas desde arriba de un helicóptero se puede decir que son puntos.</i> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 100px; height: 80px; margin: 10px auto;"> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around; padding: 5px;"> <div style="text-align: center; margin: 5px;">. A</div> <div style="text-align: center; margin: 5px;">. P</div> <div style="text-align: center; margin: 5px;">. Q</div> <div style="text-align: center; margin: 5px;">. B</div> </div> </div> <p><i>El punto, como objeto o figura geométrica, se considera que no tiene dimensiones y se usa para indicar una posición en el espacio. De este enunciado se puede decir que tres puntos no colineales determinan un punto.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Plantee situaciones de enseñanza de los contenidos abordados, a través de actividades tales como: <i>Dibuja una lista de figuras que encuentres en: Naturaleza; artes; música; la calle; la casa; el deporte; los juegos; las profesiones. ¿a cuáles les observas puntos, rectas, segmentos? ¿Cuántas puedes representar en un plano? ¿Señala cuántos ángulos puede tener una figura?</i> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>problemas del contenido estudiado.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Enlazar el contenido estudiado con planteamientos formulados de su entorno. ➤ Realizar ejercicios y problemas relacionados con el contenido estudiado y con situaciones planteadas de la vida cotidiana. ➤ Solucionar los planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido. <p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítems de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
<p>3</p> <p>Aplicar las definiciones y teoremas referidos a las figuras geométricas en la resolución de ejercicios y problemas que se presentan en situaciones de la cotidianidad.</p>	<p>En este objetivo se pretende que el estudiante UNA extraigan de sus experiencias previas los conocimientos referidos a las figuras geométricas y logren transferir dichos conocimientos a situaciones de la cotidianidad.</p> <p>Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos:</p> <p>Unidad II: Figuras Geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Polígonos. Propiedades de los polígonos. Clasificación de los polígonos. ○ Circunferencia y círculo. Propiedades de la circunferencia y círculo. Perímetro y área de la circunferencia y círculo. ○ Definición de triángulos. Clasificación de triángulos. Propiedades del triángulo. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento. ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin de buscar respuestas a dichos cuestionamientos. ➤ Enlace los planteamientos realizados en las discusiones de grupo con los contenidos estudiados. ➤ Plantee un listado de ejercicios y problemas para así resolverlos y discutirlos en el grupo de estudio como por ejemplo: <i>El ángulo A es el complementario de un ángulo cuya medida es 37°. El ángulo B es el suplementario de LA. Entonces la medida de LB es 127°</i> ➤ Plantee situaciones de enseñanza de los contenidos abordados, a través de actividades tales como: <i>Dibuje un pentágono cualquiera. Después marca los ángulos y recortarlos, coloca los ángulos de manera contigua.</i> 	<p>Formativa: Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Identificar las distintas figuras geométricas que se presentan en la vida cotidiana. ➤ Clasificar los polígonos de acuerdo a la cantidad de lados que posea. ➤ Reconocer las distintas propiedades que poseen los polígonos. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas del contenido estudiado. ➤ Enlazar el contenido estudiado con planteamientos formulados de su entorno. ➤ Realizar ejercicios y

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	 <p>Observa que al agruparlos quedan por fuera el ángulo 3 y 5, por consiguiente no se puede obtener un ángulo de 360° en torno a un vértice. Puedes preguntarte y verificar si con los otros polígonos pasa lo mismo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>problemas relacionados con el contenido estudiado y con situaciones planteadas de la vida cotidiana.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Solucionar los planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido. <p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítemes de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>
<p>4</p> <p>Aplicar los teoremas de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de ejercicios y/o</p>	<p>Para este objetivo el estudiante UNA, a través de su experiencia previa, aplique los teoremas de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de ejercicios y problemas y además logre transferir estos conocimientos a su cotidianidad.</p> <p>Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos:</p> <p>Unidad II: Figuras Geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Definición de triángulos. Clasificación de triángulos. Propiedades 	<p>Formativa: Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Establecer las diferencias entre congruencia y semejanza de

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
problemas	<p>del triángulo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Congruencia y semejanza de triángulos. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento. ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin de buscar respuestas a dichos cuestionamientos. ➤ Enlace los planteamientos realizados en las discusiones de grupo con los contenidos estudiados. ➤ Plantee un listado de ejercicios y problemas para así resolverlos y discutirlos en el grupo de estudio como por ejemplo: <p><i>Dada la siguiente figura</i></p>  <p><i>¿Cómo se expresa la congruencia de los triángulos sombreados dentro del rectángulo ABCD? La respuesta será $\triangle AED \cong \triangle BEC$, ya que a través de una proposición de congruencia LLL se establece dicha congruencia.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Plantee situaciones de enseñanza de los contenidos abordados, a través de distintas actividades como por ejemplo: <p><i>Dado el ejemplo antes mencionado se puede imaginar esta figura como un mural que se desea pintar, y para poder realizar esta actividad ya se reconoce la congruencia de los triángulos. Este conocimiento sería de mucha utilidad al realizar la demarcación de la figura para poder pintarlo.</i></p>	<p>triángulos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Identificar los distintos teoremas de congruencia y semejanza de triángulos en situaciones de la vida cotidiana. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas del contenido estudiado. ➤ Enlazar el contenido estudiado con planteamientos formulados de su entorno. ➤ Realizar ejercicios y problemas relacionados con el contenido estudiado y con situaciones planteadas de la vida cotidiana. ➤ Solucionar los planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido.

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítemes de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>
<p>5</p> <p>Aplicar las definiciones, teoremas y corolarios referidos a los cuerpos geométricos en la resolución de ejercicios y/o problemas que se pueden aplicar a situaciones de la vida diaria.</p>	<p>En este objetivo el estudiante unista debe identificar las distintas definiciones, teoremas y corolarios referidos a los cuerpos geométricos para luego, transferir estos conocimientos a los distintos ejercicios y problemas que se puedan observar en el entorno en que se desenvuelven.</p> <p>Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos:</p> <p>Unidad III: Cuerpos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Definición de poliedros. Pirámides. Prismas. Representación de poliedros. ○ Tetraedro regular. Representación del tetraedro regular conociendo su arista y el plano de una cara. ○ Cubo. Representación del prisma. Prisma recto de base situado en un plano cualquiera. Representación de la pirámide. Sección plana de la pirámide. ○ Definición y representación del cono. ○ Definición y representación del cilindro. ○ Definición y representación de la esfera. <p>➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento.</p>	<p>Formativa: Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Identificar los cuerpos geométricos. ➤ Identificar las definiciones, teoremas y corolarios referidos a los cuerpos geométricos. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas del

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin de buscar respuestas a dichos cuestionamientos. ➤ Enlace los planteamientos realizados en las discusiones de grupo con los contenidos estudiados. ➤ Plantee un listado de ejercicios y problemas para así resolverlos y discutirlos en el grupo de estudio como por ejemplo: <i>Sean A, B, C, D, E, F, G y H las esquinas de una caja de zapatos (un paralelepípedo) ¿Cuántos planos se determinan? Pues la determinan 6 que son las caras que posee el paralelepípedo.</i> ➤ Plantee situaciones de enseñanza de los contenidos abordados ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>contenido estudiado.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Enlazar el contenido estudiado con planteamientos formulados de su entorno. ➤ Realizar ejercicios y problemas relacionados con el contenido estudiado y con situaciones planteadas de la vida cotidiana. ➤ Solucionar los planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido. <p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítems de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
<p>6</p> <p>Calcular el perímetro y el área de las figuras geométricas y el volumen de los cuerpos geométricos en problemas aplicados a la cotidianidad.</p>	<p>En este objetivo el estudiante unista debe reconocer la importancia de realizar distintos cálculos de perímetro y áreas de las distintas figuras geométricas, además del cálculo del volumen de distintos cuerpos geométricos en su cotidianidad. Ya que, este tema se ve reflejado cuando se quiere, como por ejemplo, cambiar las baldosas de un apartamento, pintar una casa o cualquier espacio físico, cuando se quiere sembrar una cosecha en un espacio determinado, entre otras cosas.</p> <p>Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos:</p> <p>Unidad II: Figuras Geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Polígonos. Clasificación de los polígonos. Perímetro y área de polígonos. ○ Circunferencia y círculo. Perímetro y área de la circunferencia y círculo. ○ Perímetro y área del triángulo. <p>Unidad III: Cuerpos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Área y Volumen de estos cuerpos geométricos. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento. ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin de buscar respuestas a dichos cuestionamientos. ➤ Enlace los planteamientos realizados en las discusiones de grupo con los contenidos estudiados. ➤ Plantee un listado de ejercicios y problemas para así resolverlos y discutirlos en el grupo de estudio como por ejemplo: <p><i>¿Cuántos litros de gasolina contendrá un tanque cilíndrico que tiene 4m de</i></p>	<p>Formativa:</p> <p>Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Identificar las figuras y cuerpos geométricos que se encuentran en el entorno. ➤ Calcular el perímetro y el área de las figuras geométricas. ➤ Calcular el volumen de los distintos cuerpos geométricos. ➤ Representar geoméricamente las figuras y cuerpos geométricos. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas del contenido estudiado. ➤ Enlazar el contenido estudiado con planteamientos

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	<p>diámetro y $\frac{7}{2}$ m de longitud?</p> <p>Si el $D=4m \Rightarrow r=2m$</p> <p>$h = \frac{7}{2} m$, entonces</p> $V = \pi r^2 h = \pi (2m)^2 \frac{7}{2} m = \pi 14m^3 = 14\pi m^3$ <ul style="list-style-type: none"> ➤ Plantee situaciones de enseñanza de los contenidos abordados. ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>formulados de su entorno.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Realizar ejercicios y problemas relacionados con el contenido estudiado y con situaciones planteadas de la vida cotidiana. ➤ Solucionar los planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido. <p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítems de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
<p>7</p> <p>Analizar la adecuación y pertinencia de las estrategias didácticas para la enseñanza de los contenidos vistos en geometría en la primera y segunda etapa de la Educación Básica.</p>	<p>La geometría en los niños y niñas de la primera y segunda etapas de la Educación Básica es un proceso muy rico, lleno de todo tipo de cosas muy interesantes, pero a veces es un poco compleja, desconcertante y sorprendente. Pues, es de esperarse, ya que los alumnos tienen que afrontar una gran cantidad de conceptos y símbolos, quizás nuevos para ellos, que deben aprender a cómo y cuándo utilizarlos en una gran variedad de situaciones.</p> <p>La necesidad de conocer y analizar las distintas estrategias didácticas que se pueden utilizar en las aulas, es de su importancia, ya que esto les facilita a nuestros estudiantes de la UNA y futuros docentes el ejercicio de la profesión docente.</p> <p>Las lecturas que se corresponden a este objetivo están referidas a los siguientes contenidos:</p> <p>Unidad IV: Estrategias didácticas para la enseñanza de la geometría</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Nociones sobre el desarrollo cognitivo y progresión en el aprendizaje. ○ Situaciones y recursos didácticos. ○ Situaciones escolares. <p>Estas lecturas están al final de este documento.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Revise los contenidos a evaluar en el texto correspondiente. Para ello guíese por el cuadro anexo al final de este documento. ➤ Elabore un esquema de los contenidos a estudiar. ➤ Elabore un glosario de términos, simbología y notaciones, esto le ayudará a conocer y manejar el lenguaje matemático y geométrico que aquí se estudia. ➤ Se le sugiere realizar grupos de estudio, de ser posible, que le lleven a discusiones o debates de planteamientos de la vida cotidiana con el fin de buscar respuestas a dichos cuestionamientos. ➤ Plantee ante su grupo de estudio un listado de situaciones de aula y analice las distintas estrategias didácticas que puedan presentarse. ➤ Plantee situaciones de enseñanza y analice las distintas estrategias didácticas que se pudieran utilizar para el desarrollo de los contenidos geométricos, tomando en cuenta las bondades, dificultades y posibles 	<p>Formativa:</p> <p>Las competencias a evaluar en este objetivo es:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Conocer distintas estrategias didácticas para la enseñanza de la geometría en la primera y segunda etapas de la Educación Básica. ➤ Comparar estrategias didácticas presentadas en distintas situaciones de aula. <p>Para el logro de este objetivo el estudiante debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Relacionar el contenido estudiado con planteamientos formulados de su entorno. ➤ Plantear situaciones y problemas de aula relacionados con el contenido estudiado. ➤ Solucionar los

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
	<p>resultados de su aplicación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Si necesita algún asesoramiento acuda al Asesor de su Centro Local o comuníquese con el Especialista en Contenido a través de su correo electrónico: frobles@una.edu.ve ➤ Consulte la bibliografía obligatoria y complementaria. ➤ Reflexione sobre lo aprendido y resalte la importancia y utilidad de los conocimientos adquiridos. Esto le ayudará en futuras actividades de aprendizaje en el desempeño del rol como docente de Educación Integral. 	<p>planteamientos hechos, a través del conocimiento adquirido.</p> <p>Con ello, estará en capacidad de identificar el dominio del objetivo planteado y de los aspectos a reforzar.</p> <p>Sumativa: Prueba integral objetiva que incluirá 4 ítems de ejercicios o problemas sobre los contenidos trabajados en este objetivo.</p>

V. BIBLIOGRAFÍA

Obligatoria

Ohmer, M. (1993). Geometría elemental para maestros. Editorial Trillas. México.

Rodino D. y Ruiz (2002) Geometría y su didáctica para maestros, en red en la dirección electrónica: <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>

Universidad Nacional Abierta. (1996) Geometría. Lecturas. Venezuela: Autor.

Universidad Nacional Abierta. (1996) Geometría. Guía Instruccional. Venezuela: Autor.

Complementaria

Alsina, C, Burgués, C y Fortuna J. (1991) Materiales para construir la geometría Editorial Síntesis. Madrid, España.

Castelnuovo, E. (1970). *Didáctica de matemática moderna*. Editorial Trillas. México.

Hemmerling, E. (1971). Geometría elemental. Editorial Limusa. México.

Matemáticas y su didáctica para maestros. En red
<http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>

Moisés, E y Downs, F. (1966). Geometría Moderna. Fondo Educativo Interamericano. Buenos Aires, Argentina.

CUADRO ANEXO
UBICACIÓN DE LAS UNIDADES DEL MATERIAL INSTRUCCIONAL QUE SE ASOCIAN CON LOS OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Nº DE OBJETIVO	UNIDAD	MATERIAL INSTRUCCIONAL
1	1	Ohmer: Pág. 11 – 29 Guía Instruccional: Pág. 13 – 37
2	1	Ohmer: Pág. 35 – 62 y 71 – 86 Guía Instruccional: Pág.: 39 – 57
3	2	Ohmer: Pág. 139 – 150 Guía Instruccional: Pág.: 78 – 125 Lectura UNA: 9 – 40
4	2	Ohmer: Pág.: 91 – 117 y 125 – 135 Guía Instruccional: Pág.: 43 – 78 Lectura UNA: 19 – 21
5	3	Guía Instruccional: Pág.: 127 - 149 Lectura UNA: 43 – 53
6	2 y 3	Guía Instruccional: Pág.: 127 - 149 Lectura UNA: 48 – 52
7	4	Lecturas Anexas a este documento

LECTURAS ANEXAS

GEOMETRÍA Y SU DIDÁCTICA PARA MAESTROS

Tomado de: Matemáticas y su Didáctica para maestros. Manual para el estudiante. Proyecto Edumat – Maestros. Febrero 2002. Consultado en la dirección electrónica:<http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>
Autores: Juan D. Rodino y Francisco Ruíz.

A: Contextualización Profesional

ANÁLISIS DE PROBLEMAS SOBRE FIGURAS GEOMÉTRICAS EN PRIMARIA

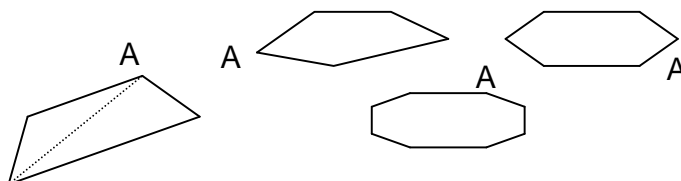
Consigna:

Los enunciados que se incluyen a continuación han sido tomados de libros de texto de primaria. Para cada uno de ellos,

- Resuelve los problemas propuestos.
- Indica los conceptos y procedimientos matemáticos que se ponen en juego en la solución.
- Clasifica los enunciados en tres grupos según el grado de dificultad que les atribuyes (fácil, intermedio, difícil).
- Para cada problema enuncia otros dos del mismo tipo, cambiando las variables de la tarea, de manera que uno lo consideres más fácil de resolver y otro más difícil.
- ¿Piensas que los enunciados son suficientemente precisos y comprensibles para los alumnos de primaria? Propón un enunciado alternativo para aquellos ejercicios que no te parezcan suficientemente claros para los alumnos.

Enunciados de problemas incluidos en libros de primaria:

- ¿En cuántos puntos pueden cortarse cuatro rectas?
- Dibuja un polígono convexo de siete lados y traza sus diagonales. ¿Cuántas diagonales tiene?
- ¿Cuántos grados mide el ángulo central de un decágono regular?
- Repite esta plantilla seis veces y colorea en cada caso
 - Un triángulo equilátero
 - Un triángulo isósceles
 - Un triángulo escaleno
 - Un trapecio
 - Un rectángulo
 - Un rombo
- Corta un cuadrado y construye un romboide con las partes.
- En cada uno de estos polígonos traza las diagonales que parten del vértice A. Cuenta el número de triángulos en que ha quedado dividido cada uno de los polígonos y completa la tabla

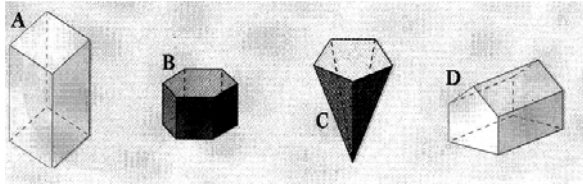


Número de lados	4 5 6 7 8 9 10
Número de triángulos	2

7. Dibuja en papel cuadriculado:

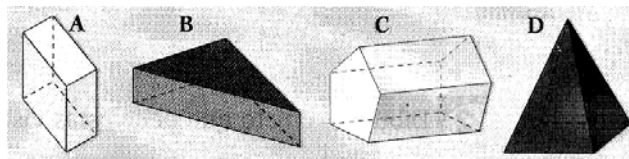
- Un cuadrilátero que tenga dos ángulos agudos, dos ángulos obtusos y dos pares de lados paralelos.
- Un cuadrilátero que tenga los cuatro ángulos rectos y los lados iguales dos a dos.

8. Cuenta el número de caras, aristas y vértices de cada uno de estos poliedros y comprueba que: n° de caras + n° de vértices = n° de aristas + 2.

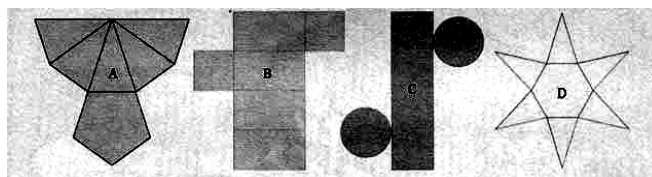


	CARAS	VÉRTICES	ARISTAS
A			
B			
C			
D			

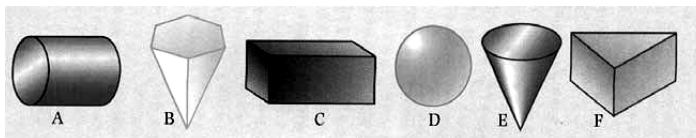
9. Dibuja el desarrollo de estos poliedros



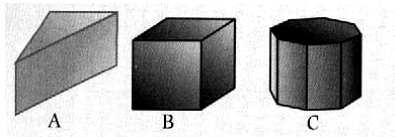
10. ¿Qué figura obtendrías a partir de cada uno de estos desarrollos?



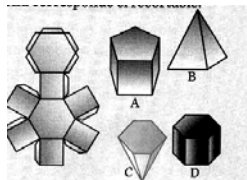
11. Escribe el nombre de cada uno de estos cuerpos geométricos



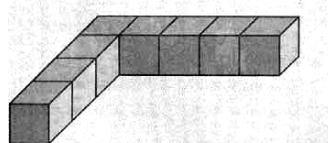
12. a) ¿Cuántas caras laterales tiene cada uno de estos prismas?



b) ¿A cuál de los cuerpos de la izquierda corresponde el recortable?



c) Dibuja todos los polígonos que forman las caras de este poliedro construido con ocho cubos iguales:



d) Escribe en qué se parecen y en qué se diferencia estos dos polígonos:



B: Conocimientos Matemáticos

1. LA GEOMETRÍA Y SUS APLICACIONES

1.1. Naturaleza de los objetos geométricos

Antes de comenzar a estudiar la geometría y de ver cómo podemos ayudar a los niños a que aprendan geometría, consideramos necesario aclarar de qué trata esta rama de las matemáticas y reflexionar sobre la naturaleza de sus objetos. El significado etimológico de la palabra geometría, “medida de la tierra”, nos indica su origen de tipo práctico, relacionado con las actividades de reconstrucción de los límites de las parcelas de terreno que tenían que hacer los egipcios, tras las inundaciones del Nilo. Pero la Geometría dejó hace ya hace mucho tiempo de ocuparse de la medida de la tierra. Con los griegos la geometría se interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus componentes más elementales y de las relaciones y combinaciones entre dichos componentes.

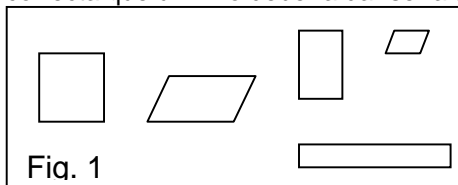
La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, *punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro*, etc. Tales términos y expresiones designan “figuras geométricas”, las cuales son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Por tanto, hay que tener en cuenta que la naturaleza de los entes geométricos es esencialmente distinta de los objetos perceptibles, como este ordenador, una mesa o un árbol. Un punto, una línea, un plano, un círculo, etc., no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc.

Un problema didáctico crucial es que con frecuencia usamos la misma palabra para referirnos a los objetos perceptibles con determinada forma geométrica (“el triángulo es un instrumento de percusión”) y al concepto geométrico correspondiente (el triángulo isósceles). Además, en la clase de matemáticas, y en los textos escolares no se diferencian los dos planos (objeto abstracto, realidad concreta) y encontramos expresiones como: “Dibuja una recta (un triángulo, etc)”. Como entidades abstractas que son, parece obvio que no se puede dibujar una recta o un triángulo. Lo que se dibuja es un objeto perceptible que evoca o simboliza el objeto abstracto correspondiente. La recta, como entidad matemática, es ilimitada y carece de espesor, no así los dibujos que se hacen de ella. Del mismo modo, un triángulo no es una pieza de material de una forma especial, ni una imagen dibujada sobre el papel: *Es una forma controlada por su definición.*

Las entidades matemáticas y también las geométricas son creadas en última instancia mediante definiciones, reglas que fijan el uso de los términos y expresiones. Ciertamente que no serán reglas arbitrarias, sino que se harán de manera que sean útiles para la descripción del mundo que nos rodea –o de mundos imaginarios-, pero su naturaleza es la que hace que establecer una propiedad geométrica (por ejemplo, que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo plano sea un ángulo llano) sea un acto esencialmente distinto a descubrir que todos los leones son carnívoros. Esta naturaleza es de tipo “gramatical” (puesto que se deriva de las reglas de uso de las palabras y expresiones) y es la que concede a las entidades matemáticas su carácter necesario, universal y atemporal.

El “lenguaje” geométrico tiene su origen en nuestra necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio. Pero superada la primera fase de clasificación de las formas, de identificación de las propiedades de las clases de objetos y la creación de un lenguaje que permita su descripción de manera precisa, la actividad geométrica se ocupa de estructurar el mundo de entidades geométricas creadas y de deducir las consecuencias lógicas que se derivan de los convenios establecidos. Rápidamente somos arrojados fuera del cómodo mundo de nuestras percepciones para entrar en el mundo del

lenguaje, de la gramática y de la lógica. Cuando pedimos a un niño que entre una colección de paralelogramos identifique los rectángulos, no le exigimos que discrimine la forma perceptible de los rectángulos de entre las restantes figuras, sino que sea capaz de aplicar los convenios que hemos establecido para el uso de la palabra 'rectángulo'. Siendo un poco exigentes, incluso podemos criticar la pertinencia de esa tarea, ya que visualmente es imposible saber si un romboide cuyos ángulos miden 89° (y 91°) debemos considerarlo o no como un rectángulo. La respuesta correcta que un niño debería dar sería algo así como,



“si estos ángulos de estas figuras son efectivamente rectos, entonces decimos que son rectángulos”; también debería incluir los cuadrados entre los rectángulos.

Como conclusión, debemos tener claro que cuando hablamos de “figuras o formas geométricas” no nos referimos a ninguna clase de objetos perceptibles, aunque ciertamente los dibujos, imágenes y materializaciones concretas son, al menos en los primeros niveles del aprendizaje, la razón de ser del lenguaje geométrico y el apoyo intuitivo para la formulación de conjeturas sobre las relaciones entre las entidades y propiedades geométricas.

1.2. Aplicaciones de la geometría

La Geometría estudia las formas de las figuras y los cuerpos geométricos. En la vida cotidiana encontramos modelos y ejemplificaciones físicas de esos objetos ideales de los que se ocupa la Geometría, siendo muchas y variadas las aplicaciones de esta parte de las matemáticas.

Una de las principales fuentes de estos objetos físicos que evocan figuras y cuerpos geométricos está en la propia Naturaleza. Multitud de elementos naturales de distinta especie comparten la misma forma, como ocurre con las formas en espiral (conchas marina, caracoles, galaxias, hojas de los helechos, disposición de las semillas del girasol, etc.). Igualmente encontramos semejanzas entre las ramificaciones de los árboles, el sistema arterial y las bifurcaciones de los ríos, o entre los cristales, las pompas de jabón y las placas de los caparazones de las tortugas. La Naturaleza, en contextos diferentes, utiliza un número reducido de formas parecidas, y parece que tuviese predilección por las formas serpenteantes, las espirales y las uniones de 120° . Pensemos en la disposición hexagonal perfecta de las celdillas de los panales de las abejas, siendo su interior poliedros que recubren el espacio, como el rombododecaedro.

El ser humano refleja en su quehacer diario y en sus obras de arte esas imágenes ideales que obtiene de la observación de la Naturaleza: realiza objetos de cerámica, dibujos, edificios y los más diversos utensilios proyectando en ellos las figuras geométricas que ha perfeccionado en la mente. El entorno artístico y arquitectónico ha sido un importante factor de desarrollo de la Geometría. Así desde la construcción de viviendas o monumentos funerarios (pirámides de Egipto), hasta templos de los más diversos estilos han impulsado constantemente el descubrimiento de nuevas formas y propiedades geométricas.

Muchas profesiones, además de los matemáticos, arquitectos e ingenieros necesitan y usan la Geometría: albañiles, ceramistas, artesanos (objetos de taracea, trabajos de cuero, repujados de latón, tejedores de alfombras, bordadoras, encajes de bolillos, etc.), decoradores, coreógrafos, diseñadores de muebles, etc. Todos ellos de una forma más o menos consciente, utilizan el espacio y las formas geométricas.

También se encuentra la geometría en los juegos: billar (bolas y mesa en forma de doble cuadrado, con rombos en los bordes), parchís, ajedrez, la rayuela, el juego de los barcos, así como multitud de juegos de ordenador. El mundo de los deportes está repleto

de figuras geométricas: fútbol (el rectángulo del campo, las áreas, el balón, las porterías, etc.), baloncesto (canastas, zonas, campo, etc.), tenis, rugby, béisbol, etc.

Seguramente el lector puede completar estas listas de situaciones y ámbitos donde podemos encontrar objetos geométricos, y cuyo manejo facilita el conocimiento de tales ámbitos.

Ejercicio:

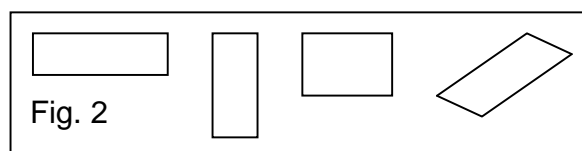
1. Hacer una lista de figuras y conceptos geométricos que encuentres en: Naturaleza; artes; música; la calle; la casa; el deporte; los juegos; las profesiones.

1.3. Situaciones introductorias

A. Lista mínima de propiedades

En la figura adjunta hay representados diversos rectángulos. Listar todas las posibles propiedades de los rectángulos. Por ejemplo:

- tiene cuatro lados
- los lados opuestos son paralelos
- etc.



Elaborar una lista mínima de propiedades de tal manera que si una figura tiene esas propiedades podemos decir que es un rectángulo.

B. Deducción informal

Demostrar si los enunciados siguientes son verdaderos o falso:

- Si una figura (F) es un cilindro, entonces es un prisma.
- Si F es un prisma, entonces es un cilindro.
- Si F es un cuadrado, entonces es un rombo.
- Todos los paralelogramos tienen diagonales congruentes.
- Todos los cuadriláteros con diagonales congruentes son paralelogramos.
- Si dos rectángulos tienen la misma área, entonces son congruentes.
- Todos los prismas tienen un plano de simetría.
- Todos los prismas rectos tienen un plano de simetría.
- Si un prisma tiene un plano de simetría, entonces es un prisma recto.

2. DESARROLLO COGNITIVO Y PROGRESIÓN EN EL APRENDIZAJE

2.1. Las investigaciones de Piaget sobre el desarrollo de conceptos geométricos¹

Las primeras interacciones del niño pequeño con su entorno, previas al desarrollo del lenguaje, se basan casi totalmente en experiencias espaciales, muy en particular a través de los sentidos de la vista y el tacto. Más tarde se desarrolla el lenguaje y adquiere significado en el seno y en el contexto del entorno físico.

Piaget, como resultado de sus numerosos experimentos propuso una teoría del desarrollo de los conceptos espaciales en el niño. Distingue entre *percepción*, que define como el “conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos”, y *representación* (o imagen mental), que “comporta la evocación de objetos en ausencia de ellos”. Las capacidades de percepción del niño se desarrollan hasta la edad de dos años (estadio ‘sensoriomotor’), mientras

¹ Dickson et al. (1991, p. 22-23).

que la capacidad de reconstrucción de imágenes espaciales comienza hacia la edad de dos años, y en la mayoría de los casos es perfeccionada desde los siete años en adelante en el niño medio (el período de ‘operaciones concretas’). Mientras que los tests de “percepción” pueden fundarse en la capacidad de discriminación entre diferentes objetos presentados visualmente, los tests de “representación” (imaginación mental) de que se vale Piaget se fundan en la capacidad para identificar formas al tacto y en la capacidad para reproducir formas mediante palillos o dibujos.

En cada uno de estos estadios de desarrollo, Piaget distingue, además, una progresiva diferenciación de propiedades geométricas, partiendo de aquellas propiedades que él llama *topológicas*, o sea, propiedades globales independientes de la forma o el tamaño, como son las siguientes:

- cercanía (“proximidad”); por ejemplo, dibujar un hombre con los ojos juntos, aun cuando éstos puedan haber sido situados por debajo de la boca;
- separación; por ejemplo, no traslapar la cabeza y el cuerpo;
- ordenación; por ejemplo, dibujar la nariz entre los ojos y la boca;
- cerramiento, como dibujar los ojos dentro de la boca;
- continuidad, como hacer que los brazos formen un continuo con el tronco y no con la cabeza.

El segundo grupo de propiedades que según Piaget distinguen los niños son las que denomina propiedades *proyectivas*, que suponen la capacidad del niño para predecir qué aspecto presentará un objeto al ser visto desde diversos ángulos. Por ejemplo, los niños pequeños pueden querer dibujar una cara de perfil y seguir, sin embargo, poniendo dos ojos en ella; o pueden no ser capaces de darse cuenta de que al mirar un lápiz desde un extremo se verá un círculo. La “rectitud” es una propiedad proyectiva, dado que las líneas rectas siguen mostrando aspecto rectilíneo cualquiera que sea el punto de vista desde el que se las observe.

El tercer grupo de propiedades geométricas son las euclídeas, esto es, las relativas a tamaños, distancias y direcciones, que conducen por lo tanto a la medición de longitudes, ángulos, áreas, etc. Se pueden distinguir, por ejemplo, un trapecio y un rectángulo basándose en los ángulos y en las longitudes de los lados. (Desde el punto de vista proyectivo, ambas figuras son equivalentes, ya que el tablero de una mesa rectangular ofrece aspecto de trapecio visto desde ciertos ángulos). Los niños pueden en este estadio reproducir la posición exacta de un punto en una página, o una figura geométrica, y decidir qué líneas y ángulos han de medir para ello².

2.2. El modelo de los niveles de van Hiele

En la didáctica de la geometría ha tenido una fuerte influencia el trabajo desarrollado por Pierre van Hiele y Dina van Diele-Geldof para comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. El modelo teórico conocido como de “los niveles de van Hiele” comenzó a proponerse en 1959 y ha sido objeto de abundantes experimentaciones e investigaciones que han llevado a introducir diversas matizaciones, pero que aún continúa siendo útil para organizar el currículo de geometría en la educación primaria y secundaria.

En este modelo se proponen cinco niveles jerárquicos para describir la comprensión y el dominio de las nociones y habilidades espaciales. Cada uno de los cinco niveles describe procesos de pensamiento que se ponen en juego ante tareas y situaciones geométricas. A continuación describimos brevemente las características de los cinco niveles y los tipos de actividades que pueden desarrollarse en cada uno de ellos³.

Nivel 0: Visualización:

Los objetos de pensamiento en el nivel 0 son formas y se conciben según su apariencia

Los alumnos reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales globales que tienen. Los alumnos que razonan según este nivel son capaces de hacer mediciones e incluso de hablar sobre propiedades de las formas, pero no piensan explícitamente sobre estas propiedades. Lo que define una forma es su apariencia. Un cuadrado es un cuadrado

² Remitimos al lector al libro citado de Dickson et al. (1991, p. 25-26) para conocer algunas críticas y revisiones de la teoría de Piaget sobre el desarrollo del pensamiento espacial de los niños.

³ Van de Walle, J.A. (2001). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally* (4ª edición). New York: Longman.

“porque se parece a un cuadrado”. Debido a que la apariencia es el factor dominante en este nivel, esta apariencia puede llevar a atribuir propiedades impertinentes a las formas. Por ejemplo, un cuadrado que se ha girado 45° respecto de la vertical puede que no se considere un cuadrado por un sujeto de este nivel. “Pongo estas formas juntas porque tienen el mismo aspecto”, sería una respuesta típica.

Los productos del pensamiento del nivel 0 son clases o agrupaciones de formas que parecen ser “similares”.

Nivel 1: Análisis

Los objetos de pensamiento en el nivel 1 son clases de formas, en lugar de formas individuales.

Los estudiantes que razonan según este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular. En lugar de hablar sobre este rectángulo, es posible hablar sobre todos los rectángulos. Al centrarse en una clase de formas, los alumnos son capaces de pensar sobre lo que hace que un rectángulo sea un rectángulo (cuatro lados, lados opuestos paralelos, lados opuestos de la misma longitud, cuatro ángulos rectos, diagonales congruentes, etc.). Las características irrelevantes (como el tamaño o la orientación) pasan a un segundo plano. Los estudiantes comienzan a darse cuenta de que una colección de formas pertenecen a la misma clase debido a sus propiedades. Si una forma pertenece a la clase de los cubos, tiene las propiedades correspondientes a esa clase. “Todos los cubos tienen seis caras congruentes, y cada una de estas caras es un cuadrado”. Estas propiedades estaban como implícitas en el nivel 0. Los sujetos del nivel 1 pueden ser capaces de listar todas las propiedades de los cuadrados, rectángulos, y paralelogramos, pero no ver las relaciones de inclusión entre estas clases, que todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos. Cuando se les pide que definan una forma, es probable que listen todas las propiedades que conozcan.

Los productos del pensamiento del nivel 1 son las propiedades de las formas.

Nivel 2: Deducción informal

Los objetos del pensamiento del nivel 2 son las propiedades de las formas

A medida que los estudiantes comienzan a ser capaces de pensar sobre propiedades de los objetos geométricos sin las restricciones de un objeto particular, son capaces de desarrollar relaciones entre estas propiedades. “Si los cuatro ángulos son rectos, la figura es un rectángulo. Si es un cuadrado, todos los ángulos son rectos. Si es un cuadrado, entonces debe ser un rectángulo”. Con una mayor capacidad de usar el razonamiento “si – entonces”, las figuras se pueden clasificar usando sólo un mínimo de características. Por ejemplo, cuatro lados congruentes y al menos un ángulo recto puede ser suficiente para definir un cuadrado. Los rectángulos son paralelogramos con un ángulo recto. Las observaciones van más allá de las propias propiedades y comienzan a centrarse en argumentos lógicos sobre las propiedades. Los estudiantes del nivel 2 serán capaces de seguir y apreciar un argumento deductivo informal sobre las formas y sus propiedades. “Las demostraciones” pueden ser más de tipo intuitivo que rigurosamente deductivas. Sin embargo, se entiende que un argumento lógico tiene características que obligan a aceptar la conclusión. La comprensión de la estructura axiomática de un sistema deductivo formal no llega a alcanzarse.

Los productos de pensamiento del nivel 2 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

Nivel 3: Deducción

Los objetos de pensamiento en el nivel 3 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

En este nivel los estudiantes son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas. Su pensamiento anterior ha producido conjeturas sobre relaciones entre propiedades. ¿Son correctas estas conjeturas? ¿Son verdaderas? A medida que tiene lugar este análisis de los argumentos informales, la estructura de un sistema completo de axiomas, definiciones, teoremas, corolarios, y postulados comienza a desarrollarse y puede ser considerada como el medio necesario para establecer la verdad geométrica. Los sujetos de este nivel comienzan a apreciar la necesidad de construir un sistema lógico que repose sobre un conjunto mínimo de supuestos y a partir del cual se deriven todas las proposiciones. Estos estudiantes son capaces de trabajar con

enunciados abstractos sobre propiedades geométricas y llegar a conclusiones basadas más sobre la lógica que sobre la intuición. Este es el nivel requerido en los cursos de geometría de bachillerato. Un estudiante operando en este nivel 3 puede observar claramente que las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio, de la misma manera que lo puede hacer un estudiante situado en un nivel inferior. Sin embargo, en el nivel 3, se aprecia la necesidad de probar esta proposición a partir de una serie de argumentos deductivos. El estudiante del nivel 2 puede seguir el argumento, pero no reconoce la necesidad de hacer la demostración deductiva.

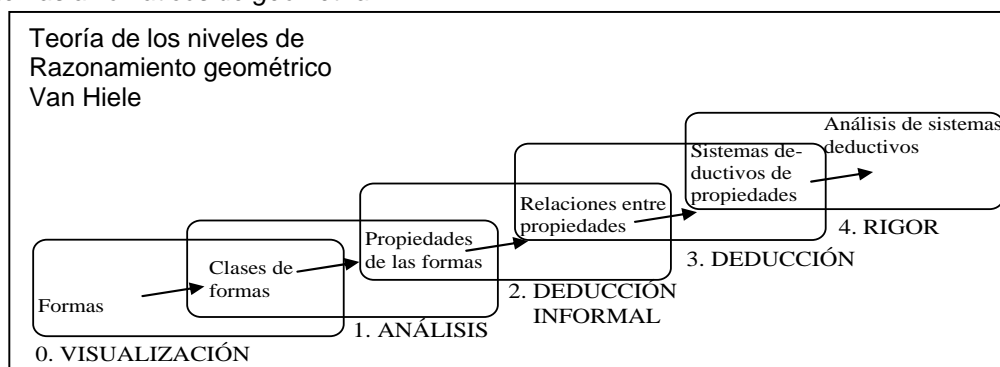
Los productos del pensamiento del nivel 3 son sistemas axiomáticos deductivos para la geometría.

Nivel 4: Rigor

Los objetos de pensamiento del nivel 4 son sistemas axiomáticos para la geometría.

En el nivel máximo de la jerarquía de pensamiento geométrico propuesto por van Hiele, el objeto de atención son los propios sistemas axiomáticos, no las deducciones dentro de un sistema. Se aprecian las distinciones y relaciones entre los diferentes sistemas axiomáticos. Este es el nivel requerido en los cursos universitarios especializados en los que se estudia la geometría como una rama de las matemáticas.

Los productos de pensamiento del nivel 4 son comparaciones y contrastes entre diferentes sistemas axiomáticos de geometría.



Características de los niveles

La principal característica de este modelo de pensamiento geométrico es que en cada nivel (excepto en el 4º) se deben crear unos objetos (ideas) de manera que las relaciones entre estos objetos se convierten en los objetos del siguiente nivel. Hay por tanto un progresivo ascenso en la abstracción y complejidad de los conocimientos que se ponen en juego. Además de este rasgo el modelo postula las siguientes características:

1. Los niveles son secuenciales. Para lograr un cierto nivel superior al 0 los alumnos deben superar los niveles previos. Esto implica que el sujeto ha experimentado el pensamiento geométrico apropiado para ese nivel y ha creado en la propia mente los tipos de objetos o relaciones que son el foco de atención del pensamiento del nivel siguiente.

2. Los niveles no son dependientes de la edad en el sentido de los estadios de desarrollo de Piaget. Un alumno de tercero de primaria puede estar en el nivel 0 al igual que uno de bachillerato. Algunos estudiantes y adultos pueden permanecer siempre en el nivel 0, y un número importante de personas adultas no alcanzan nunca el nivel 2. Sin embargo, la edad está relacionada con la cantidad y tipo de experiencias geométricas que tenemos. Por tanto, es razonable aceptar que todos los niños de preescolar a 2º curso de primaria estén en el nivel 0, así como que la mayoría de los niños de 3º y 4º. 3. La experiencia geométrica es el principal factor que influye en la progresión de niveles. Las actividades que permiten a los niños explorar, hablar sobre las experiencias, e interactuar con el contenido del siguiente nivel, además de incrementar sus experiencias con el nivel en que se encuentran, proporcionan la mejor oportunidad de avanzar hacia el siguiente nivel.

4. Cuando la instrucción o el lenguaje usado está a un nivel superior al que tiene el estudiante, habrá un fallo en la comunicación. Los estudiantes a los que se pide enfrentarse con objetos de pensamiento que no han construido en el nivel anterior puede sean forzados a un aprendizaje memorístico y alcanzar sólo temporalmente un éxito superficial. Un estudiante puede, por ejemplo, memorizar que todos los cuadrados son rectángulos sin haber construido esa relación, o bien puede memorizar una demostración geométrica pero fallar en crear los pasos exigidos o comprender la razón de ser del proceso.

Características de las actividades del Nivel 0

- Actividades de clasificación, identificación y descripción de formas variadas.
- Uso de gran cantidad de modelos físicos que se pueden manipular por los niños.
- Ejemplos de una variedad de formas diferentes con objeto de que las características irrelevantes no se perciban como importantes. (Esto evitará que, por ejemplo, muchos alumnos piensen que sólo los triángulos equiláteros son realmente triángulos, o que un cuadrado girado 45° deja de ser un cuadrado)
- Proporcionar oportunidades para que los alumnos construyan, dibujen, compongan o descompongan formas diversas.

Características de las actividades del Nivel 1

- Comenzar a centrar la atención más sobre las propiedades de las figuras que en la simple identificación. Definir, medir, observar y cambiar las propiedades con el uso de modelos concretos.
- Resolver problemas en los que las propiedades de las formas sean aspectos importantes a tener en cuenta.
- Seguir utilizando modelos concretos, como en las actividades del nivel 0, pero usando modelos que permitan la exploración de diversas propiedades de las figuras.
- Clasificar figuras usando las propiedades de las formas como también sus nombres. Por ejemplo, encontrar propiedades de los triángulos que hagan que unos sean similares y otros diferentes.

Características de las actividades del Nivel 2 (primer ciclo de educación secundaria)

- Continuar usando propiedades de los modelos, pero con la atención puesta en la definición de propiedades. Hacer listas de propiedades y discutir qué propiedades son necesarias y cuáles son condiciones suficientes para una forma o concepto específico.
- Comenzar a usar un lenguaje de naturaleza deductiva aunque informal: todos, algunos, ninguno, si entonces, qué ocurre si, etc.
- Investigar la validez de la inversión de ciertas relaciones. Por ejemplo, el enunciado inverso de "Si una figura es un cuadrado debe tener cuatro ángulos rectos" sería, "Si tiene cuatro ángulos rectos, entonces debe ser un cuadrado".
- Usar modelos y dibujos como herramientas con las que pensar, y comenzar a buscar generalizaciones y contraejemplos.
- Estimular la formulación y demostración de algunas hipótesis.

La mayor parte de los contenidos curriculares propuestos para los niveles de educación infantil y primaria se pueden adaptar a cualquiera de los tres primeros niveles, a excepción de conceptos abstractos tales como punto, recta, semirecta y plano como elementos básicos de las figuras geométricas. Estas ideas abstractas no son apropiadas incluso para el nivel 2.

El nivel 2 de razonamiento es más propio de los alumnos del primer ciclo de educación secundaria (12 a 14 años). Aquí los alumnos comienzan a usar razonamientos deductivos informales. Esto quiere decir que pueden seguir y usar argumentaciones lógicas, aunque pueden tener dificultades para construir una demostración por sí mismos. El uso de modelos físicos de los cuerpos y dibujos geométricos es todavía importante por diferentes razones. En el nivel 1, las exploraciones de los alumnos les llevan a realizar conclusiones inductivas sobre las formas. Estos estudiantes quedan satisfechos de que una afirmación es verdadera porque se cumple en los casos que comprueban. En el nivel 2, los alumnos pueden usar un dibujo para ayudarse en el

seguimiento de una argumentación deductiva dada por el profesor. También pueden usar modelos para comprobar conjeturas o encontrar contraejemplos. Los modelos se convierten más en una herramienta para el pensamiento y la verificación que para la exploración.

3. SITUACIONES Y RECURSOS DIDÁCTICOS

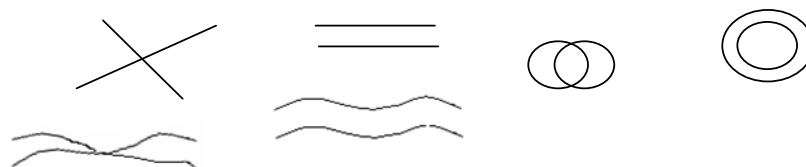
Las actividades que describimos en esta sección son algunos ejemplos que pueden usarse para el trabajo en las aulas de primaria y corresponden a los dos primeros niveles de van Hiele. Las actividades características del nivel 2 son más propias de atención en el primer ciclo de educación secundaria (alumnos de 12 a 14 años).

3.1. Juegos de psicomotricidad

Las situaciones de juegos de psicomotricidad parecen muy recomendables para iniciar el estudio de distintos aspectos de la geometría. En el libro de A. Martínez y F. Juan (1989) encontramos abundantes ejemplos de este tipo de situaciones, así como los fundamentos metodológicos en los que basan su propuesta curricular. A título de ejemplo, describimos, a continuación una situación de este tipo, que pretende familiarizar a los alumnos de infantil y primer ciclo de primaria con diferentes tipos de líneas y regiones planas. Se supone que los niños tienen posibilidad de moverse con libertad por una sala de dimensiones adecuadas.

Actividad 1: Líneas, regiones y psicomotricidad

- Nos movemos libremente por el espacio, al ritmo de una música.
- Nos movemos en grupos.
- Nos movemos en grupos de acuerdo con las líneas que se dibujan en la pizarra:



- Se reparten cuerdas de colores, una por niño. Jugamos con las cuerdas, con el movimiento de las cuerdas.
 - Jugamos en grupos. Procuramos que no choquen las cuerdas. Procuramos que choquen.
 - Formamos, con las cuerdas, una línea cerrada en el suelo, delimitando un territorio. Nos metemos dentro.
 - Formamos, con otras cuerdas, o pintando con tiza en el suelo, líneas entre territorios, que serán caminos. Ponemos un camino entre cada dos territorios. Ponemos un aro en cada cruce de caminos.
- Cuando suene la música nos moveremos dentro de nuestro territorio o, si nos apetece, vamos por algún camino hasta otro territorio a bailar en él, con el grupo que allí está, si nos dejan. Cuando pasemos por un cruce daremos una palmada.

Remitimos al lector al libro citado de Martínez y Juan (1991, p. 63-66) para encontrar una rica colección de actividades complementarias de exploración de las nociones geométricas fundamentales en la clase de matemáticas.

3.2. Descripción y clasificación de objetos

En las primeras actividades se debe partir del propio vocabulario que usan los niños para describir las formas geométricas, introduciendo nuevas palabras a medida que sea apropiado. La realización de actividades como las siguientes puede ser ocasión de introducir los nombres usuales de los cuerpos geométricos.

Uno de los primeros tipos de actividades más importantes que se pueden proponer a los niños es ofrecerles la oportunidad de encontrar semejanzas y diferencias entre una gran variedad de formas. Muchos niños se centrarán en características no estándares como "puntiagudo" o "curvado", o "se parece a una casa". Otros observarán cosas que realmente no son parte de las formas: "señala hacia arriba", o "está cerca del borde de la mesa".

Actividad 2: Clasificación de formas (nivel 0)

Preparar una amplia variedad de formas recortadas en cartulina, como se muestra en la figura (o cualquier otra). Pedir a los alumnos que seleccionen una forma al azar y después encuentren otras formas que sean parecidas a la primera en algún aspecto. Si se pide formar un subconjunto de figuras cada vez se evita el problema de intentar poner cada forma en una categoría. Los estudiantes deben describir qué rasgo tienen las formas para considerarlas similares, bien oralmente o por escrito. Pedir finalmente que dibujen una nueva forma que se ajuste a la categoría y explicar por qué es de esa clase.



Si el conjunto de formas tiene cinco o seis ejemplos de una forma cuyo nombre es conocido (rectángulo o rombo), es probable que algunos estudiantes las clasifiquen según ese nombre. Pero se les puede pedir que encuentren otras formas que sean “parecidas” a la forma seleccionada. De esta manera, el concepto de esa clase particular de figuras se forma sin ninguna definición expresa. A continuación puede poner una etiqueta al concepto o proporcionar el nombre propio de la forma. Los nombres de las formas deberían siempre darse después de que el concepto de la forma se ha desarrollado.

La clasificación de formas se debe hacer también con formas tridimensionales, usando colecciones de objetos de madera, plástico, u objetos reales como botes, cajas, balones, etc.

Las actividades que corresponden al nivel 1 de razonamiento de van Hiele se centran más en las propiedades de las formas e incluyen algún análisis de dichas propiedades. Por ejemplo, en el nivel 0, los triángulos pueden haberse clasificado como “grandes” y “pequeños”, “puntiagudo” o “no puntiagudo”, o “con esquinas cuadradas” y “sin esquinas cuadradas”. En el nivel 1, el mismo conjunto de triángulos se puede clasificar según el tamaño relativo de los ángulos o la longitud relativa de los lados.

La mayor parte de las actividades sugeridas para el nivel 0 se pueden extender fácilmente al nivel 1 cambiando las variables de la tarea.

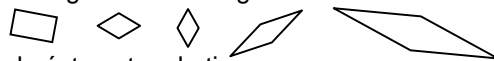
Actividad 3 (nivel 1)

Clasificar las formas por nombres de propiedades y no por nombres de las formas. Cuando se combinan dos o más propiedades, clasificar por una propiedad cada vez. “Encontrar todas las formas que tienen lados opuestos paralelos” (Una vez separadas) “Ahora encontrar las que también tienen un ángulo recto” (Ese grupo debería incluir los cuadrados y los rectángulos que no sean cuadrados). Después de obtenido este grupo de formas, discutir cuál es el nombre de esta clase de figuras. Intentar clasificar las formas por la misma combinación de propiedades pero en un orden diferente.

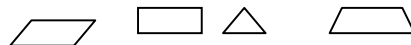
Usar cuerdas o redondeles para separar los conjuntos de formas. Poner dos lazos en el suelo. Hacer que los alumnos pongan dentro de uno de los lazos todas las formas que tengan cuatro lados congruentes y todos los que tengan un ángulo recto en el otro lazo. ¿Dónde colocar los cuadros? Los alumnos se darán cuenta que los dos lazos deben tener una parte común y colocar los cuadrados en la intersección.

Actividad 4: Definición misteriosa (nivel 1)

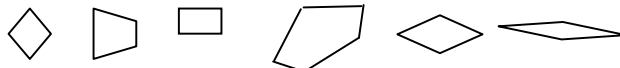
Todas estas figuras tienen algo en común:



Ninguna de éstas otras la tienen:



¿Cuál de las siguientes figuras tienen esa propiedad?



Plan de cu

Robles

-

El nombre de una propiedad no es necesario para que sea comprendida. Requiere una observación cuidadosa de las propiedades para descubrir qué tienen en común las formas.

3.3. Construcción y exploración de polígonos

Interesa que los propios niños construyan y dibujen formas. En una primera fase harán formas de manera libre para pasar después a construir otras que cumplan algunas condiciones. Esto promoverá la reflexión sobre las propiedades implicadas y estimulará el paso al nivel 1 de razonamiento sin necesidad de presionar a los niños de manera forzada. Los materiales para realizar estas construcciones pueden ser variados, bien del entorno escolar o bien comerciales (plastilina, cartulina, bloques encajables, trigram, geoplanos, etc.)

3.2.1. Uso del geoplano en el estudio de los polígonos

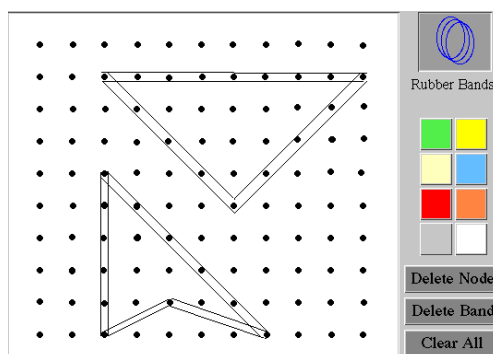
Incluimos en esta sección la descripción del uso del geoplano, bien en su versión manipulativa o virtual (mediante un programa de ordenador), para el estudio de las figuras geométricas planas, en particular el triángulo y los polígonos. Seguiremos la descripción que se hace en la sección de Recursos para la enseñanza de los Principios y Estándares 2000 del NCTM donde es posible utilizar un “geoplano virtual” de una manera interactiva. El geoplano interactivo virtual está disponible en la siguiente dirección web: <http://standards.nctm.org/>

En el ejemplo se describen actividades usando el geoplano interactivo para ayudar a los estudiantes a identificar figuras geométricas simples, describir sus propiedades, y desarrollar el sentido espacial. La primera parte titulada “Construyendo triángulos” centra la atención sobre el concepto de triángulo, ayudando a los estudiantes a comprender el uso de la palabra ‘triángulo’ en matemáticas y la noción de congruencia en geometría. En la segunda parte, “Construyendo polígonos”, los estudiantes construyen y comparan una variedad de polígonos, describiendo las propiedades características de las formas que crean.

Actividad 5

Construye tantos triángulos como sea posible, de formas y tamaños diferentes, usando para cada uno de ellos una sola goma (o banda) sobre el geoplano. Explica a tu compañero en qué se diferencian estos triángulos y en qué se parecen.

Geoplano interactivo



Hablando sobre triángulos en la clase

¿Cuál de las siguientes figuras tienen esa propiedad?

A los estudiantes les interesa trabajar con los geoplanos, tanto si son virtuales como concretos. Como ocurre con cualquier material manipulativo, los estudiantes necesitan un cierto tiempo para explorar el material antes de realizar tareas específicas.



La mayor parte de los alumnos de los niveles de preescolar a 2º curso de primaria conocen la palabra 'triángulo' y tienen una idea de lo que significa. Sin embargo, la descripción que hacen del triángulo puede que no corresponda con la convencional. Para estimular a los niños a centrarse en las propiedades del triángulo, los maestros pueden pedir que hagan triángulos diferentes en el geoplano y después seleccionar uno para mostrar a la clase. Los niños pueden comparar los triángulos que han hecho en sus geoplanos y discutir si cada forma es o no un triángulo. Algunos niños pueden pensar que un triángulo con un vértice orientado hacia la base del geoplano no es realmente un triángulo.

El maestro puede provocar a los niños para que justifiquen su manera de pensar, incitando a los niños que estén más retraídos a que entren en la discusión con comentarios tales como, "¿Dices que Marco sigue siendo Marco aunque esté haciendo el pino, o sea, que esto sigue siendo un triángulo? Otros alumnos pueden hacer figuras con cuatro lados que consideran como triángulos por su forma puntiaguda. El maestro puede concluir la explicación diciendo que los matemáticos se han puesto de acuerdo en considerar como triángulos cualquier figura cerrada por tres segmentos. Usando esta definición el profesor puede pedir a los alumnos que comprueben otra vez las formas que han construido y deciden cuáles son triángulos. Esto da otra oportunidad para que los alumnos revisen sus primeras elecciones.

Los alumnos de estos primeros niveles pueden comprobar la congruencia de figuras en el plano moviendo una figura para que cubra exactamente a otra figura. Las figuras hechas en el geoplano se pueden describir con un sistema de coordenadas simples; por tanto dos figuras sobre el geoplano son congruentes si sus construcciones se pueden describir de la misma manera. Si se hacen figuras con dos geoplanos diferentes, uno de los geoplanos se puede mover de manera que eventualmente las construcciones se puedan ver de la misma manera (quizás mediante el volteo de la base por el lado opuesto, o una rotación de 90º). Los alumnos pueden copiar sus triángulos sobre un papel reticulado y después recortarlos de manera que puedan decidir si coinciden o no.

Experiencias de los alumnos con los geoplanos virtuales interactivos

El geoplano virtual permite a los estudiantes sombrear sus figuras y hacer una variedad mayor de triángulos que los permitidos con un geoplano tradicional de una matriz de 5x5 clavos. El maestro puede evaluar la comprensión de los alumnos de las propiedades del triángulo preguntándoles que expliquen cómo saben que todas las formas representadas son triángulos.

Ejercicio 2:

- ¿Cuáles son algunas de las estrategias que puedes usar para ayudar a los alumnos a centrarse sobre las propiedades de los triángulos cuando construyen figuras de cuatro lados y las consideran como triángulos?
- ¿Qué experiencias, conocimientos y vocabulario deberían tener los alumnos con el fin de que sean capaces de identificar y definir los triángulos?
- ¿Cuáles son algunas de las actividades que los estudiantes de estas edades pueden realizar en las que se use la congruencia de figuras?

Actividad 6

Construye las siguientes figuras en el geoplano:

- Tantos cuadrados de distinto tamaño como sea posible
- Tantos hexágonos diferentes de distinto tamaño como sea posible
- El polígono con el menor número de lados que puedas hacer
- El polígono con el mayor número de lados que puedas hacer
- Polígonos con un número de lados entre el menor y el mayor posible.

Estudio de los polígonos en la clase

Por medio de discusiones informales en la clase en pequeños grupos, los maestros ayudan a los alumnos a aprender el vocabulario geométrico así como a aprender las propiedades de los diferentes polígonos. Algunas propiedades de las figuras serán más fáciles de identificar que otras cuando los alumnos tratan de crear una figura sobre el geoplano. Por ejemplo, los polígonos se forman con segmentos, lo que se modeliza mediante una goma o banda que conecta dos nodos, y los polígonos son figuras cerradas. Los alumnos pueden aprender los nombres de figuras

específicas que construyen cuando hablan sobre los hexágonos que tienen seis lados y los cuadriláteros que tienen cuatro lados.

Los alumnos pueden construir su polígono favorito en el geoplano y describirlo a la clase. El maestro puede preguntar si dos figuras son congruentes y cómo pueden justificar los alumnos sus afirmaciones. Los alumnos pueden clasificar los polígonos y describir porqué se agrupan de una cierta manera.

El trabajo con el geoplano virtual hace que la exploración sea más fácil a los alumnos que tienen dificultades en el manejo de las gomas. Debido a que los alumnos tiene un área de trabajo más grande pueden hacer una variedad mayor de polígonos. Hay oportunidad de crear múltiples figuras cóncavas y convexas y verlas simultáneamente. El poder rellenar las figuras con colores ayuda a los alumnos más pequeños a observar el número de lados, y puesto que las figuras abiertas no se pueden sombrear, esto ayuda a comprender que los polígonos son figuras cerradas. Como ocurre con los geoplanos concretos, las líneas formadas por las bandas son rectas no curvadas.

Ejercicio 3:

¿De qué otra manera puedes ayudar a los alumnos a aprender las propiedades de los polígonos distinta del uso de los geoplanos?

¿Qué experiencias, conocimientos y vocabulario deberían tener los estudiantes con el fin de desarrollar la comprensión de las propiedades de los cuadriláteros?

Actividad 7: Desafío de propiedades (nivel 1-2)

Esta actividad se puede hacer casi con cualquier material que permita dibujar o construir formas fácilmente. Listar propiedades o relaciones y hacer que los alumnos construyan tantas formas como sea posible que tengan esas propiedades o muestren esas relaciones. Comparar las formas hechas por los diferentes grupos. Estos son algunos ejemplos:

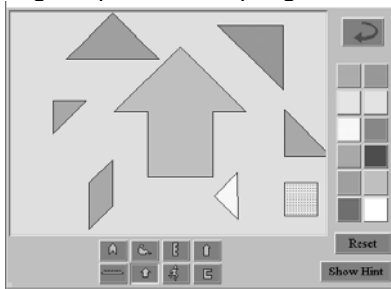
- Hacer una figura de cuatro lados con dos lados paralelos de la misma longitud pero no paralelos.
- Hacer varias figuras de seis lados. Hacer alguna con uno, dos y tres pares de lados paralelos y alguna sin ningún lado paralelo.
- Hacer figuras que tengan esquinas rectangulares. ¿Se puede lograr que tengan tres lados? ¿Y con cuatro, cinco, seis, siete u ocho lados?
- Hacer cinco triángulos diferentes. ¿En qué se diferencia? (Igual para figuras con cuatro, cinco y seis lados)
- Hacer triángulos con dos lados iguales (congruentes)
- Hacer figuras de cuatro lados con tres lados congruentes
- Intentar hacer figuras de cinco lados con cuatro lados que sean iguales
- Hacer cuadriláteros que tengan todos los lados iguales (o con dos pares de lados iguales)
- Hacer una figura con uno o más ejes de simetría, o con simetría rotacional.

A estos desafíos de propiedades se pueden incorporar también otras nociones como perpendicular, medidas de ángulos, área, perímetro, semejanza, concavidad y convexidad, simetría, etc. También se puede pedir que los propios alumnos se planteen otros problemas del mismo tipo que pongan en juego otras propiedades.

3.2.2. Actividades con el Tangram

La descripción de las figuras geométricas planas y la visualización de su aspecto cuando se les aplican transformaciones, como pueden ser rotaciones o simetrías, o bien se componen unas con otras, son aspectos importantes del aprendizaje de la geometría en los primeros niveles educativos. En esta sección describimos el uso de un material didáctico que se conoce como *tangram* que sirve de soporte material (o virtual) para el diseño de experiencias de enseñanza de gran interés. Se trata de un conjunto de siete piezas (un rompecabezas) que permite plantear una gran variedad de problemas y experiencias geométricas. Usaremos el ejemplo electrónico elaborado por el NCTM como parte del documento "Principios y Estándares 2000 para las matemáticas escolares" donde nos ofrecen la posibilidad de trabajar con un "tangram virtual".

En una primera parte los estudiantes pueden elegir una figura y usar las siete piezas para rellenar el contorno. En la segunda parte, “desafíos con el tangram”, se propone que los estudiantes usen las piezas del tangram para formar polígonos dados.



Actividad 8

Elige una figura y usa las siete piezas para rellenar el contorno.

Observaciones:

Las experiencias previas de los alumnos con puzzles proporciona una base para realizar esta actividad. Ya que hay puzzles similares disponibles hechos de plástico o de cartulina, los alumnos pueden pasar de las experiencias con material concreto al entorno del ordenador. Después que los alumnos han tenido tiempo de trabajar con los contornos, el profesor puede plantear cuestiones como las siguientes, para provocar la reflexión sobre soluciones diferentes, o para que reflexionen sobre las estrategias que usan para resolver las tareas.

- ¿Puedes rellenar el contorno de otra manera?
- ¿Cuántas formas diferentes hay de rellenar esta figura?
- ¿Qué haces cuando no puedes imaginar una solución?
- ¿Se pueden sustituir algunas piezas del tangram por otras?

¿Qué aprende los alumnos?

Aunque completar estos puzzles u otros similares, bien con material manipulativo o con el ordenador, puede ayudar a los estudiantes a generalizar sus experiencias, el entorno del ordenador es probable que les estimule a pensar sobre cómo necesitan manipular las piezas en lugar de hacerlo principalmente por ensayo y error. El trabajo con un compañero en el ordenador también estimula a los estudiantes a ser más precisos en el uso del vocabulario sobre el espacio. El maestro puede enriquecer el vocabulario de los estudiantes en sus conversaciones con otros estudiantes comentando las acciones que realizan, diciendo por ejemplo, “Veo que estás girando el paralelogramo”, o bien “¿Qué diferencia produciría si se volteara la pieza?”

Ejercicio 4:

- a) ¿Cómo pueden los profesores proporcionar tiempo para que todos los alumnos interactúen con los tangram virtuales?
- b) ¿Qué tipo de discusiones sobre el trabajo de los alumnos con las piezas del tangram puede planificar el maestro que pudieran enriquecer la comprensión de los estudiantes sobre las formas y el movimiento en el espacio?

Desafíos con el tangram

Actividad 9:

- a) ¿Es posible completar todas las tareas que se describen a continuación? Intenta resolver estos desafíos con el tangram virtual:
 - Construye un cuadrado usando sólo una pieza del tangram
 - Ídem usando dos, tres, cuatro, cinco, seis y las siete piezas del tangram.
- b) ¿Cuáles de las siguientes figuras puedes hacer usando las siete piezas del tangram?
 - Un trapecioide

- Un rectángulo que no sea un cuadrado
- Un paralelogramo que no sea un cuadrado
- Un triángulo

El trabajo en la clase

Muchos estudiantes encontrarán estas tareas muy interesantes pero difíciles. Los alumnos están aprendiendo sobre las posiciones de las figuras en el espacio, así como nuevo vocabulario y las propiedades de las figuras. El tangram virtual puede ayudar a que los estudiantes sean más conscientes de las propiedades de las figuras y de los procesos que usan al manipular las formas ya que deben planificar los movimientos que necesitan realizar. Los profesores pueden animar a los estudiantes a planificar sus acciones si tienen que trabajar con un compañero y hablar entre ellos de las acciones que tienen que realizar. Por ejemplo, los estudiantes tienen que imaginar explícitamente cómo colocar las piezas del tangram, unas respecto de otras, en las actividades en las que no hay un contorno que rellenar. Las herramientas incorporadas en el tangram virtual que permiten realizar giros y simetrías son también un buen recurso para que los estudiantes vean los movimientos geométricos.

Estos desafíos con el tangram se pueden hacer más fáciles dando contornos a los alumnos para que los usen en sus pupitres, de manera que puedan experimentar con el ajuste de las siete piezas del tangram en los contornos propuestos.

Evaluación mediante observaciones y conversaciones

Las actividades descritas con el tangram pueden servir como vehículos para evaluar el pensamiento de los estudiantes. Al observar y hablar con los estudiantes, el profesor puede tener en cuenta cuestiones como las siguientes:

- ¿Tienen facilidad los estudiantes para manipular las formas?
- ¿Qué vocabulario usan los estudiantes cuando hablan unos con otros?
- ¿Reconocen los estudiantes la congruencia y las relaciones entre combinaciones de formas?
- ¿Utilizan los estudiantes lo que han aprendido en tareas previas de resolución de problemas?

Ejercicio 5

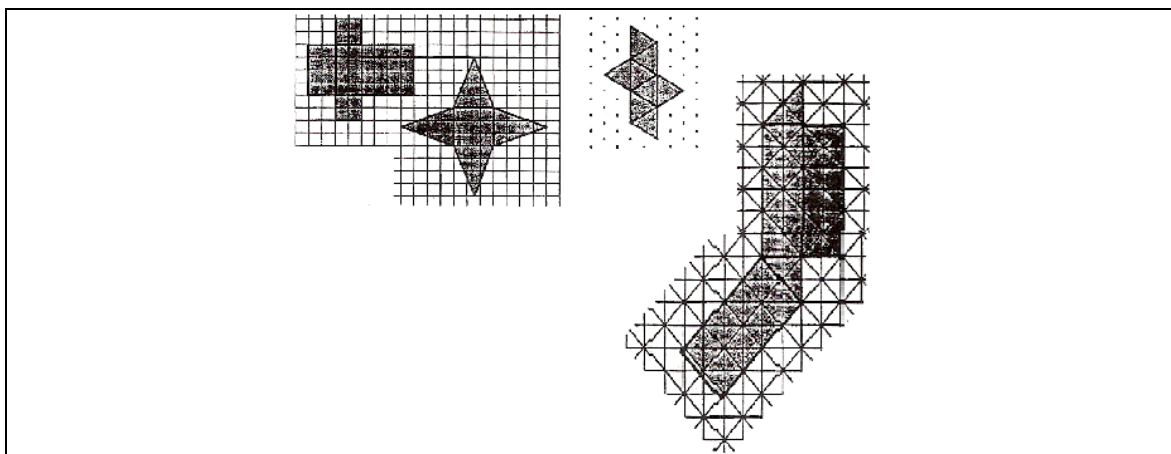
- ¿Cómo podría facilitar el aprendizaje de los niños con necesidades especiales el trabajo con manipulativos basados en el ordenador?
- ¿Qué actividades adicionales podrían diseñar los profesores para centrar la atención de los estudiantes en las relaciones entre las piezas del tangram?

3.4. Construcción y exploración de sólidos

La construcción de formas tridimensionales presenta un poco de más dificultad que las formas bidimensionales pero posiblemente sea una actividad más importante. Construir un modelo de una forma tridimensional es una manera informal de lograr la comprensión de la forma de una manera intuitiva en términos de sus partes componentes.

Actividad 10: Desarrollo de sólidos (nivel 0)

Hacer que los alumnos dibujen desarrollos de diversos sólidos. Sobre papel cuadriculado con una retícula de 1cm de lado se pueden trazar líneas paralelas y ángulos sin tener que hacer mediciones. Conos circulares se pueden hacer fácilmente recortando un sector de un círculo. Experimentar con círculos de tamaños diferentes y diferentes sectores. El valor principal de la construcción de sólidos a partir de sus desarrollos está en la identificación de la forma de las caras y dónde se deben conectar las caras.



Los sólidos se pueden también construir usando otras piezas más simples como pueden ser cubos de madera o de plástico.

Actividad 11: Cajas de bloques

¿Cuántos sólidos rectangulares (ortopedros) diferentes se pueden construir usando 12 cubos para cada uno de ellos? (Un sólido rectangular tiene seis caras, y cada cara es un rectángulo). Probar con otro número de cubos. ¿Cuándo son congruentes (exactamente los mismos) dos sólidos rectangulares?

¿Cómo tendrías que girar un sólido para ponerlo en la misma orientación que otro que tiene la misma forma?

Actividad 12: Generación de sólidos (nivel 1)

1. Dar a los alumnos una figura recortada en cartulina. La tarea consiste en describir, dibujar o construir con plastilina (u otro material) todos los sólidos que se puedan generar a partir de esa forma. La figura se puede girar o trasladar de cualquier manera. ¿Se pueden generar algunas figuras de más de una manera?

2. Dar a los alumnos un modelo de un sólido, o describirlo oralmente. Los alumnos tienen que dibujar y recortar una o más formas que generen dicho sólido y describir como se haría la generación.

¿Qué sólidos no se pueden generar de esta manera? ¿Qué se puede decir sobre un sólido que se ha generado mediante deslizamientos? ¿Cómo se pueden generar los cilindros? ¿Y los prismas? ¿Qué tipos de conos se pueden generar y cómo?

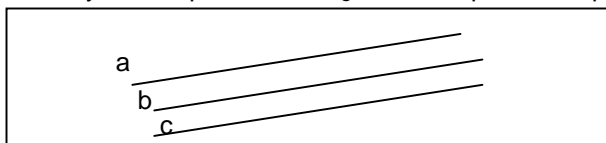
3.5. Geometría dinámica (Logo y Cabrí)

Si se dispone en la escuela de un aula con ordenadores es posible utilizar programas comerciales disponibles para el estudio de la geometría. Entre estos programas podemos citar el Cabrí y el módulo de la “geometría de la tortuga” del lenguaje de programación Logo (Godino y Batanero, 1985).

4. CONFLICTOS EN EL APRENDIZAJE. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Incluimos en esta sección una colección de items usados en diversas investigaciones para evaluar los conocimientos geométricos de los niños, indicando algunas de las respuestas erróneas encontradas, o los índices de dificultades.

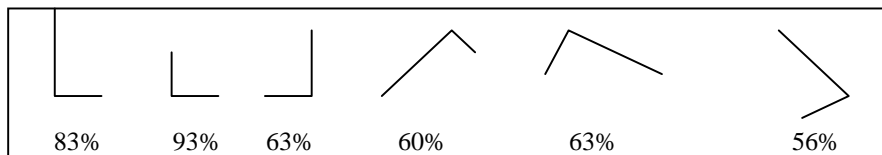
1. La recta a es paralela a b , y la b es paralela a c . ¿Es cierto que a será paralela a c ?



Respuesta:

“No, porque b está en medio”

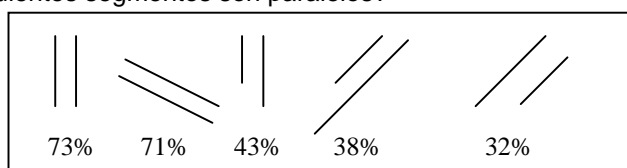
2. ¿Cuáles de las siguientes figuras son ángulos rectos?



Respuestas¹:

Los porcentajes indicados corresponden a las respuestas dadas por niños de 10 años afirmando que tales figuras son ángulos rectos. Vemos cómo cambian los porcentajes de éxito según la orientación de la figura y el tamaño de los segmentos trazados como lados.

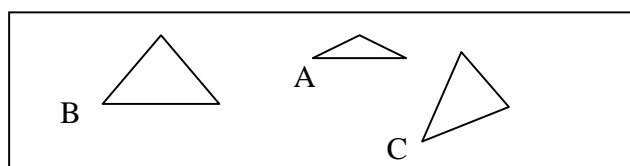
3. ¿Cuáles de los siguientes segmentos son paralelos?



Respuestas¹:

Los porcentajes indicados corresponden a las respuestas dadas por niños de 10 años afirmando que tales rectas son paralelas. Vemos cómo cambian los porcentajes de éxito según la orientación de la figura y el tamaño de los segmentos trazados.

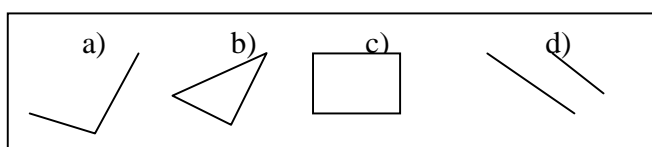
4. ¿Cuál de las siguientes figuras es un triángulo?



Respuesta:

“C no es un triángulo, porque se ha caído”

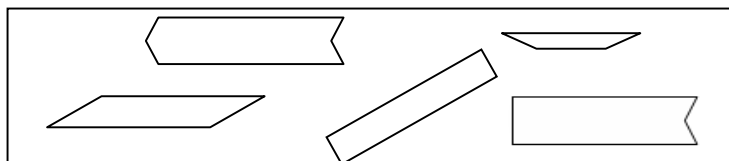
5. Señala entre las siguientes figuras, 1) La que sean un cuadrado; 2) La que sean un triángulo.



Repuestas⁴:

Edad	Porcentaje que reconoció que c) es un cuadrado
5 años	54
6 “	56
7 “	50
	Porcentaje que reconoció que b) es un triángulo
5 años	38
6 “	47
7 “	24
8 “	65
9 “	50
10 “	67

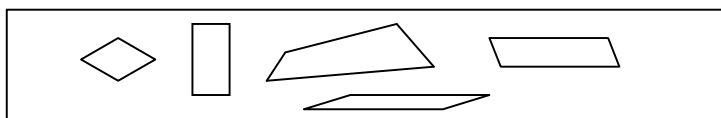
6. Marca con una X debajo de aquellas figuras que creas que son rectángulos



Respuestas⁵:

En una muestra de 423 alumnos de 6º curso el 53% dieron una respuesta errónea a este ítem.

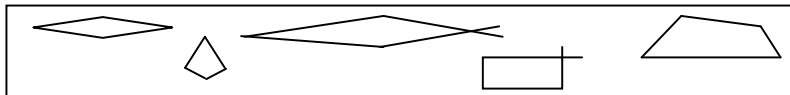
7. Marca con una X debajo de aquellas figuras que creas que son rectángulos



Respuestas⁵:

Porcentaje de respuestas incorrectas del 55%.

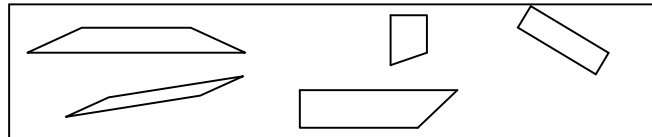
8. Marca con una X debajo de aquellas figuras que creas que son rombos



Respuestas⁵:

Porcentaje de respuestas incorrectas del 44%.

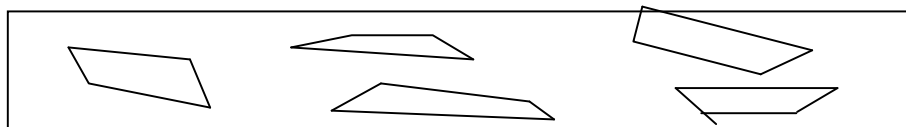
9. Marca con una X debajo de aquellas figuras que creas que son paralelogramos:



Repuestas⁵:

Porcentaje de respuestas incorrectas del 80%.

10. Marca con una X debajo de aquellas figuras que creas que son trapecios:



Respuestas⁵:

Porcentaje de respuestas incorrectas del 86%.

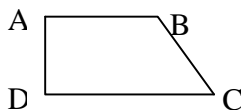
11. En el trapecio ABCD dos de sus ángulos son rectos y un tercer ángulo mide 54° . ¿Cuánto mide el ángulo desconocido?

36° A

27° B

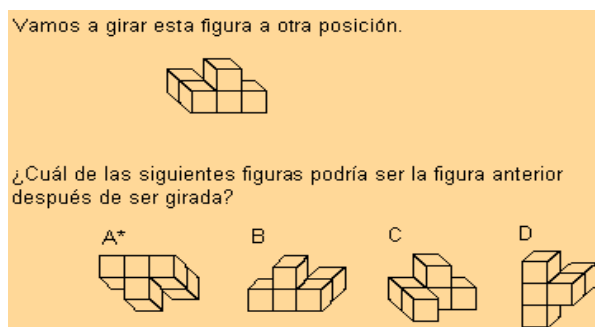
45° C

126° D*



Esta pregunta tuvo un 46% de aciertos en la evaluación de la Educación Primaria realizada en 1995 por el INCE (Instituto Nacional de Calidad y Evaluación) a alumnos de 12 años. (<http://www.ince.mec.es/prim/index.htm>).

12. Visualizar cómo será una figura en tres dimensiones girada ha resultado sencillo. El 68% de alumnos de 13 años (en la evaluación TIMSS, España6) respondieron correctamente a la siguiente pregunta:



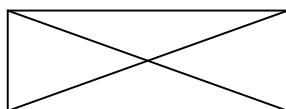
5. TALLER DE DIDÁCTICA: ANÁLISIS DE SITUACIONES ESCOLARES

5.1. Respuestas de estudiantes a pruebas de evaluación 7

Un maestro propone a sus alumnos las dos preguntas siguientes en una prueba de evaluación.

Pregunta 1:

Escribe una descripción que permita a cualquier persona reproducir exactamente esta figura sin haberla visto antes:



Pregunta 2:

Imagina que has faltado a la última clase de matemáticas. Tu compañera Carolina te describe por teléfono una figura geométrica: "Traza con lápiz un círculo de 4 cm de radio. Dibuja con lápiz 2 diámetros perpendiculares. Los extremos de estos diámetros son 4 puntos del círculo. Traza con tinta los segmentos que unen los puntos y que no pasan por el centro del círculo".

a) Dibuja la figura; b) ¿Cómo se llama la figura trazada con tinta?

Cuestiones para el futuro maestro:

Pregunta 1:

1. Responde a la pregunta
2. ¿Cómo pueden interpretar los alumnos la palabra "exactamente" utilizada en la pregunta?
3. El maestro espera que los alumnos utilicen en sus descripciones al menos dos términos del vocabulario geométrico. ¿Cuáles son esos términos según tu opinión?
4. ¿Sobre qué puntos se centrará vuestra evaluación de la respuesta de un alumno que no utilice ninguno de estos términos?
5. Caracterizar las competencias requeridas para realizar correctamente este test.

Pregunta 2:

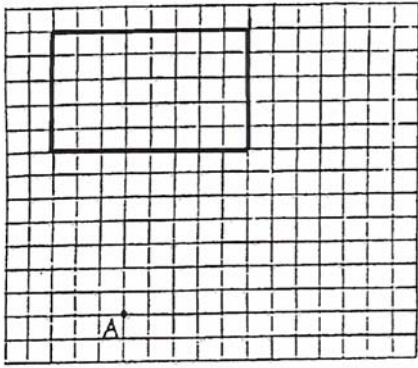
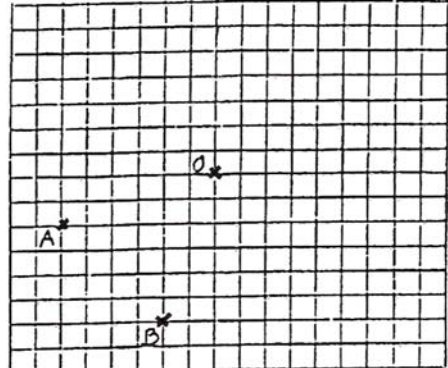
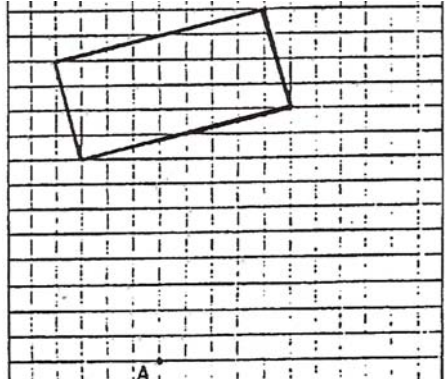
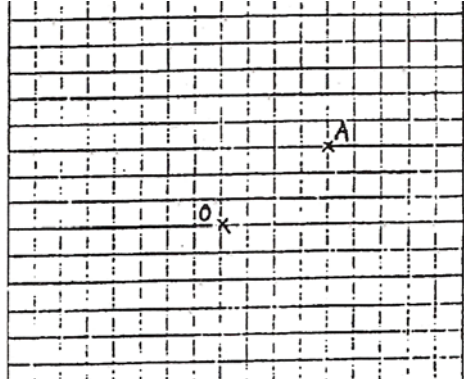
1. Responde a la pregunta
2. ¿Cuáles son los elementos de apreciación del maestro para la parte a) ¿Qué piensas si el maestro utiliza un calco para la corrección?
3. Para la parte b) se puede prever que algunos alumnos respondan "rombo". ¿Por qué? ¿Cómo reaccionarías a estas respuestas?
4. Comparar las competencias requeridas para realizar correctamente este pregunta con las de la pregunta 1.

5.2. Análisis de actividades escolares 7

5.2.1. Construcción de un rectángulo

Un maestro propone a sus alumnos de 6º curso la actividad descrita en el documento adjunto, en la que se pide dibujar distintos rectángulos.

1. Para cada uno de los seis ejercicios, describir un procedimiento de resolución en el cual un alumno podría pensar. Indicar para cada procedimiento las ideas geométricas sobre las cuales se apoya y los instrumentos utilizados.
2. ¿Cuáles son las variables didácticas que intervienen en los diferentes ejercicios? ¿En qué sentido orientan la actividad de los alumnos?
3. El maestro considera este documento como un instrumento de evaluación. ¿Cómo puede explotar esta prueba si no es considerada como una evaluación final (de tipo sumativo)?

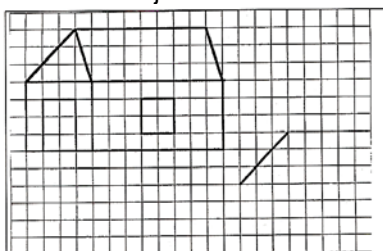
<p>1) Reproduce el rectángulo colocando un vértice en A</p> 	<p>4) Termina de dibujar un rectángulo ABCD con centro en O</p> 
<p>2) Reproduce el rectángulo colocando un vértice en A</p> 	<p>5) Construye un rectángulo de vértice A y centro O</p> 
<p>3) Construye un rectángulo con vértice en A</p> <p>A</p> <p>A</p> <p>X</p>	<p>6) Construye un rectángulo de centro O</p> <p>O</p> <p>X</p>

5.2.2. Construcciones geométricas

El ejercicio adjunto tiene por consigna: "Reproduce la casa; ya se ha comenzado a dibujar un trazo". Responde a las siguientes cuestiones:

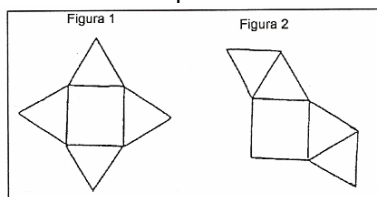
1. ¿En qué ciclo de la primaria situarías este ejercicio? Justifica la respuesta.
2. ¿Cuáles son los conocimientos y destrezas necesarias para realizar con éxito este ejercicio?
3. Si tuvieras que utilizar este ejercicio con tus alumnos,
 - a) ¿Qué medios de control pondrías al alcance de los niños?
 - b) ¿Qué clase de ayuda darías a los niños con dificultades?

- c) ¿Cómo utilizarías las producciones de los niños, o sea, qué destacarías en el momento de la síntesis de la secuencia?
4. ¿Qué ampliaciones podrías proponer a este ejercicio?
5. La casa se dibuja sobre papel blanco (no cuadrículado). La consigna del ejercicio es: "Reproduce la casa con la ayuda de un compás, una regla no graduada y una escuadra".
- a) Realiza el ejercicio. Indicar las principales etapas de su construcción.
- b) ¿Qué conocimientos y destrezas son necesarias para poder realizar este ejercicio?
- c) ¿En qué ciclo de la escuela situarías este ejercicio? Justifica la respuesta.



5.2.3. Multiplicidad de patrones de un sólido

Para lograr que los niños tomen conciencia de la multiplicidad de patrones (desarrollos) que pueden permitir la construcción de un sólido se les puede proponer el siguiente problema: Se elige como sólido la pirámide regular de base cuadrada, es decir formada por un cuadrado y cuatro triángulos equiláteros, y se pide realizar el mayor número posible de patrones. A título de ejemplo, las figuras 1 y 2 representan dos patrones de dicha pirámide:



1. Representar mediante un esquema a mano alzada otros tres patrones de la pirámide de base cuadrada.
2. Describir cómo organizar esta situación de investigación en una clase de primaria. Sugerimos tener en cuenta la siguiente secuencia:
 - a) Presentar el desarrollo general, indicando las diferentes fases y sus características.
 - b) Para cada fase indicar la organización de la clase, el material puesto a disposición de los alumnos (en particular el que permita dibujar rápidamente las figuras) así como las consignas dadas.
 - c) Explicitar los conocimientos utilizados en esta actividad que deberán ser objeto de institucionalización.
3. Explica si consideras que la actividad desarrollada reúne las características de una "situación-problema".

5.2.4. Caracterización de un patrón

1. Analizar el ejercicio propuesto en el documento 1 adjunto.
 - a) Explicar apoyándose en ejemplos por qué se puede resolver el ejercicio sin tener una comprensión de lo que es un patrón.
 - b) Tratar de comprender las estrategias que podría utilizar a priori un niño para responder a esta cuestión.
2. Analizar el ejercicio propuesto en el documento nº 2
 - a) ¿Cuáles son los dibujos que no son patrones?
 - b) ¿Qué consignas suplementarias se pueden proponer para verificar que los niños son capaces de poder justificar la obtención, o no, de la caja, a partir de las figuras propuestas, sin hacer el recorte de la figura.
3. Balance comparativo de los objetivos de los dos ejercicios.

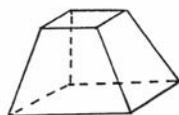
Para cada uno de los dos ejercicios, entre las propiedades de un sólido que permiten caracterizarlo, indicar:

- aquellas que basta identificar para responder a la consigna,
- la que es imposible confrontar para las dos representaciones dadas (perspectiva y patrón).
- aquellas propiedades que, aunque aparezcan en las dos representaciones, no son utilizadas en la resolución del ejercicio.

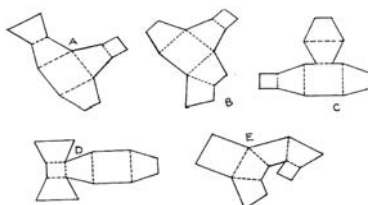
DOCUMENTO 1
Se han representado 4 poliedros y 5 patrones de poliedros. Relacionar mediante una flecha cada poliedro con el patrón correspondiente.

DOCUMENTO 2

Se quiere construir una caja como la que se representa a continuación:



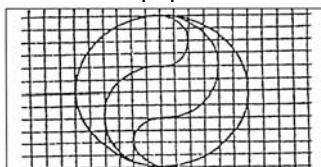
Aquí debajo se muestran figuras recortables algunas de las cuales permiten construir la caja propuesta. Señala las que efectivamente permiten hacer la construcción.



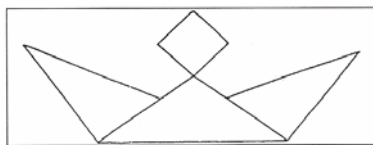
5.3. Análisis de materiales didácticos

La cuadrícula como instrumento geométrico

- El papel cuadrículado se considera como un "instrumento" en geometría. ¿Por qué? ¿Cuáles son los restantes instrumentos en el estudio de la geometría?
- ¿En qué se diferencia la geometría sobre 'papel blanco' respecto de la geometría en papel cuadrículado?
- Estos son dos ejercicios de un libro de primaria:
 - Observa esta figura y reproducéla sobre papel cuadrículado:



- Observa esta figura y reproducéla sobre papel blanco:



¿Qué competencias (conocimientos y destrezas) debe poseer el niño para resolver cada uno de estos dos ejercicios?

¿Por qué se ha utilizado papel blanco o cuadriculado en cada caso?

5.4. Análisis de textos escolares. Diseño de unidades didácticas

Consigue una colección de libros de texto de matemáticas de 2º y 3er ciclo de primaria (recomendamos buscar los libros que utilizastes personalmente, o bien los de algún familiar o amigo).

- Estudia el desarrollo del tema de “Figuras geométricas” en dichos niveles.
- Indica en qué curso se inicia y cuando termina.
- Busca algún tipo de problema o tarea que consideres no está representado en la muestra de problemas que hemos seleccionado como actividad introductoria del estudio de este tema.
- Identifica aspectos del desarrollo del tema en los manuales escolares que consideres potencialmente conflictivos.
- Describe los cambios que introducirías en el diseño las lecciones propuestas para los cursos de primaria.